

## II-276 クノイド波理論による港内波高分布の計算

名古屋工業大学 正員 喜岡 渉

## 1. はじめに

任意形状の港湾の港内波高分布の計算にあたっては、主としてヘルムホルツ方程式に2次元グリーン関数を導入して解くHwang・Tuck<sup>1)</sup>の方法およびLee<sup>2)</sup>の方法、水深の変化を考慮できるMattioli<sup>3)</sup>の方法などが用いられている。これら線形理論に基づいて得られた結果は、一様水深の場合、水深とは無関係になり、また当然のことながら入射波の波形勾配にも依存しないことになる。本研究では、港内波高分布に及ぼす波の非線形性の影響を調べるもので、入射波としてはクノイド波の第1次近似解が成り立つものとした。

## 2. クノイド波の回折理論

座標系としてはx-y平面を水底面と一致させ、z軸を鉛直上向きに正となるようにとる。水深は一定でhとし、入射波の波高をH、波数を $k (= 2\pi/L)$ として、次のように無次元独立変数 $(x', y', z', t')$ を定義する。

$$\begin{aligned}(x', y') &= k(x, y), \quad z' = z/h, \\ t' &= k(g h)^{1/2} t \quad \dots \dots \dots (1)\end{aligned}$$

さらに、平均水深からの水位変動 $\eta$ 、速度ポテンシャル $\phi$ についても次のように無次元化する。

$$\begin{aligned}\eta' &= \eta/H, \quad \phi' = \{k h / [H (g h)^{1/2}]\} \phi \\ &\dots \dots \dots (2)\end{aligned}$$

二つのパラメータ $\epsilon = H/h$ 、 $\delta = (k h)^2$ がともに小さく、かつ同じオーダーとみなすことができるとき、x方向に入射する波とその反射波はそれぞれの方向についてのKdV方程式によって記述され、その解は次式で与えられる。

$$\eta' = \epsilon [c n^2 K(kx - \omega t) / \pi + c n^2 K(kx + \omega t) / \pi - 2(E/K - \kappa'^2) / \kappa^2] \quad \dots \dots \dots (3)$$

ここに、 $cn$ はヤコビの楕円関数を示し、 $\omega$ は角周波数、 $\kappa$ は母数で $\kappa'^2 = 1 - \kappa^2$ 、 $K$ 、 $E$ はそれぞれ第1種および第2種完全楕円積分である。なお、1次のオーダーではアーセル数 $Ur (= HL^2/h^3)$ は母数 $\kappa$ と $Ur = 16\kappa^2 K/3$ の関係が成り立つ。式(3)に対応する速度ポテンシャルは、楕円関数 $cn^2$ をフーリエ級数展開した上で $\eta' = u/(gh)^{1/2}$ から求めると、次式で表される。

$$\phi' = \sum_{m=1}^{\infty} A_m / (im) [\exp(imkx) + \exp(-imkx)] \exp(-i\omega t) \quad (4)$$

ここに、フーリエ係数 $A_m$ は次式のように $\kappa$ の関数として与えられる。

$$A_m = 2n\pi^2 \gamma^n / [\kappa^2 K^2 (1 - \gamma^{2n})], \quad \gamma = \exp[-\pi K(\kappa')/K(\kappa)] \quad (5)$$

港湾境界 $\Gamma$ によって生じる散乱波ポテンシャルを次式のように表し、 $\phi' = \phi' + \phi'_s$ と置く。

$$\phi'_s = \sum_{m=1}^{\infty} A_m / (im) \phi_m \exp(-i\omega t) \quad \dots \dots \dots (6)$$

上式中の $\phi_m$ は無限遠方におけるradiation 条件と次の各式を満足する関数として与えられる。<sup>4)</sup>

$$\phi_{mxx} + \phi_{myy} + m^2 k^2 \phi_m = 0 \quad \dots \dots \dots (7)$$

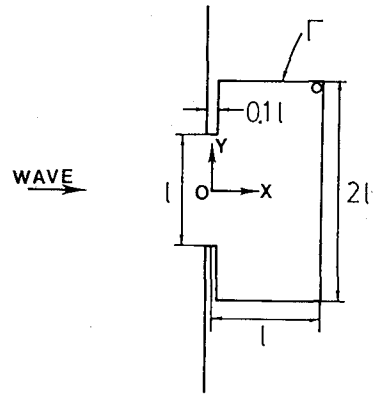


図-1 座標系と計算領域

$$\phi_{m_n} = 2n_x m k \sin(mkx) \quad \text{on } \Gamma \quad \dots \dots \dots (8)$$

ただし、 $n_x$  は外向法線ベクトル  $\mathbf{n}$  の  $x$  方向成分を示す。上式を満足する  $\phi_m$  を求めることができれば、任意地点の水位変動は次式により計算される。

$$\eta/H = \sum_{m=1}^{\infty} A_m [2 \cos(mkx) + \phi_m] \exp(-im\omega t) \quad \dots \dots \dots (9)$$

### 3. 計算結果と考察

求めるべき速度ポテンシャル  $\phi_m$  は結局ヘルムホルツ方程式(7)で記述されるので、クノイド波の散乱  $H/H_1$  波成分は通常の線形境界値問題に帰着する。したがって従来の方法によって算定することができるが、ここでは港口付近の境界の任意性に対応しやすい Hwang・Tuck<sup>1)</sup>の方法を用いた。

計算の対象としては、図-1に示すように長さが  $l$ 、幅が  $2l$ 、開口部の幅が  $l$  で防波堤厚が  $0.1l$  であるような港湾を考えた。計算にあたっては、流体境界  $\Gamma$  について180個の線分要素を用い、フーリエ級数項は  $m=8$  までとった。なお、係数値  $A_m$  を計算するとアーセル数  $Ur < 280$  では  $A_1$  の値の5%以下であった。

図-2は図-1で白丸で示した地点における波高の増幅率を示したもので、比較のため線形理論<sup>1)</sup>による周波数応答曲線も示してある。図より、共振点におけるピーク値は  $Ur$  が大きくなるほど減少する傾向があることがわかる。図-3と図-4は港の側壁と中央部に沿う波高分布を示す。クノイド波の波高分布形状は、全てのケースにおいて、線形解<sup>1)</sup>および同一の計算条件で榎木・広畑<sup>5)</sup>によって求められている数値波動法による結果と著しく異なっている。ここに示したケースにおける差異は、主としてクノイド波理論における重複波の節の位相での振幅は0とはならないことによって生じている。

### 参考文献

- 1) Hwang, L.S. and Tuck, E.O., J. Fluid Mech., Vol.42, Part 3, pp.447-464, 1970.
- 2) Lee, J.J., J. Fluid Mech., Vol.45, Part 2, pp.375-394, 1971.
- 3) Mattioli, F., Computers and Fluids, Vol.9, pp.161-172, 1978.
- 4) 喜岡, 第35回海講, pp.617-621, 1988.
- 5) 榎木・広畑, 第26回海講, pp.109-113, 1979.

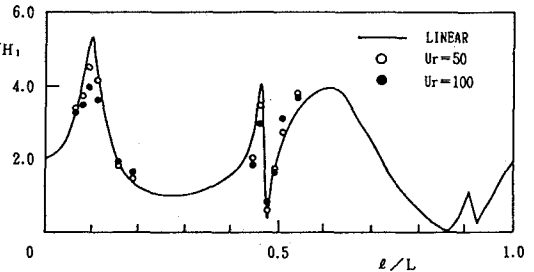


図-2 周波数応答特性

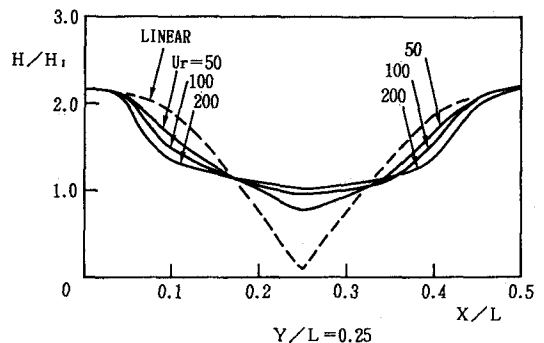


図-3 港内波高分布 ( $l/L=0.5$ )

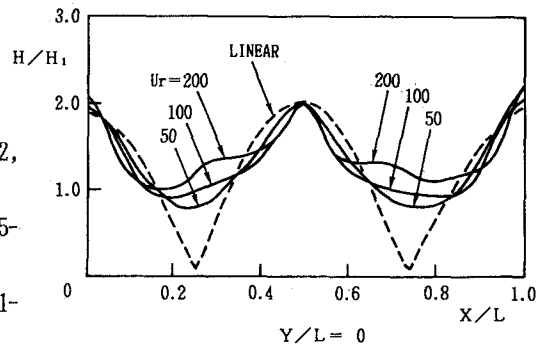


図-4 港内波高分布 ( $l/L=1.0$ )