

II-264

有限要素法の補間関数についての一考察

中央大学 学生員 石毛 立也

中央大学 正 員 川原 睦人

1. はじめに

混合補間法は、有限要素法流体解析において非常に早くから研究されてきている手法のひとつである。しかし、この手法は、多くの計算機容量を必要とするため、大型計算機が発達してきている今日でさえ、計算実行時において制約を受けるという問題を有している。

本研究は、混合補間法における補間関数の選択に着目し、M. Fortinらによって提唱された気泡関数の適用性と有効性の検討を行い、前述の問題の軽減を試みるものである。

2. 補間関数

従来の有限要素法において、流速の補間関数は、圧力(あるいは、水位変動量)の補間関数よりも1次以上高い補間関数を用いなければならないことが知られている。

そこで、本研究では、図-1の様な三角形要素において、圧力に対する補間関数を1次に固定して、流速の補間関数を1次+気泡関数(T3B)、2次(T6)、2次+気泡関数(T6B)の3通りの組合せにおいて比較検討を行った。

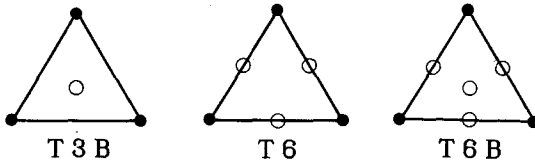


図-1 三角形要素

3. 基礎方程式及び有限要素法

• 運動方程式

$$U_{i,j} U_{i,j} + \frac{1}{\rho} P_{,i} - \nu (U_{i,j} + U_{j,i})_{,j} = 0 \quad (1)$$

• 連続の方程式

$$U_{i,i} = 0 \quad (2)$$

(1)、(2)式を離散化する。ここで、(1)式は非線形方程式であるため、Newton-Raphson法を適用する。そこで、

$$U_{\alpha i}^{(n+1)} = U_{\alpha i}^{(n)} + \Delta U_{\alpha i} \quad (3)$$

$$P_{\lambda}^{(n+1)} = P_{\lambda}^{(n)} + \Delta P_{\lambda} \quad (4)$$

とおく。ここで、 $\Delta U_{\alpha i}$ 、 ΔP_{λ} の1次項のみをとると、次の有限要素方程式を得る。

$$\begin{bmatrix} G_{\alpha\beta}^x & L_{\alpha\beta}^y & -H_{\alpha\lambda}^x \\ L_{\alpha\beta}^x & G_{\alpha\beta}^y & -H_{\alpha\lambda}^y \\ H_{\beta\mu}^x & H_{\beta\mu}^y & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta U_{\beta} \\ \Delta V_{\beta} \\ \Delta P_{\lambda} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \bar{F}_{\alpha}^x \\ \bar{F}_{\alpha}^y \\ \bar{I}_{\mu} \end{bmatrix} \quad (5)$$

左辺は、係数行列であり、右辺は既知項である。 ΔU_{β} 、 ΔV_{β} 、 ΔP_{λ} が許容誤差範囲内になるまで繰り返し計算を行う。

4. 数値解析例

数値解析例として、二次元正方形キャビティ内流れについて行った。初期条件として、同じ条件で行った線形定常の計算値を用い、境界条件は、図-2の通りである。動粘性係数は、0.01、許容誤差として0.001を用いている。

解析結果は、図-3から図-8である。

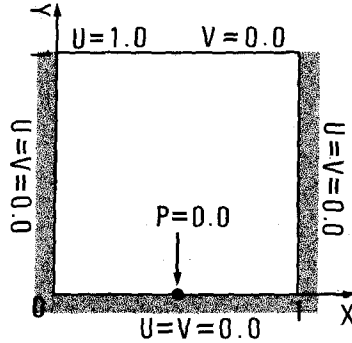


図-2 境界条件

T3B

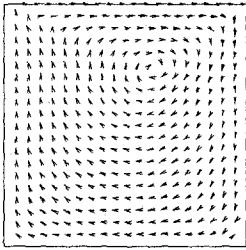


図-3 流速図

T6

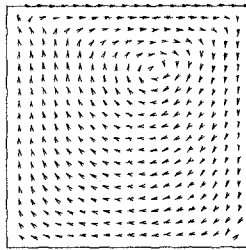


図-5 流速図

T6B

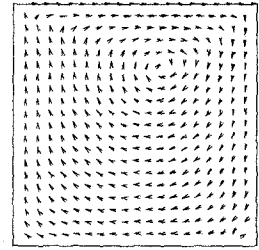


図-7 流速図

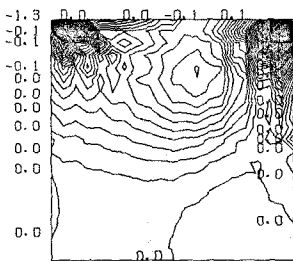


図-4 圧力図

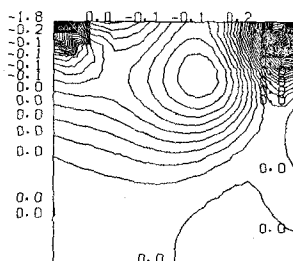


図-6 圧力図

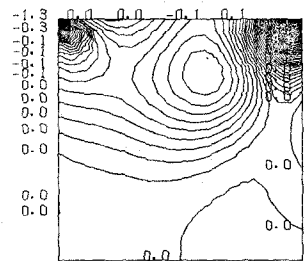


図-8 圧力図

5. おわりに

T6の組合せでは、計算機容量がT3Bのそれよりも倍程度多いが、結果は良く、また、T6Bのそれよりは少ないが、同等の結果を得ることができ、3つの中では一番良いと考えられる。

しかし、海域での潮流など周期の長い波の場合、準定常問題として陰解法を用いることが多く、計算機容量を多く必要とする。このような場合、T3Bの組合せは、他と比べて計算機容量を必要としないので、有効であると考えられる。

今後T3Bの組合せを用いて、準定常問題を解析し、気泡関数の妥当性を検討していきたい。