

II-256

局地風の三次元数値解析法

信州大学工学部 学生員 越野 武一

信州大学工学部 正 員 富所 五郎

1. はじめに 工場や車両等からの排出物による近年の大気汚染は、地球規模の大きな問題として取り沙汰されている。これら汚染物質の大気中に於ける挙動において、風による移流・拡散の影響は絶大であり、このため風の流れについての研究が多く行われている。本研究では、地形の形状をより良く取り入れるために、三次元数値解析法として、風速等の形状関数に対し水平方向の区分多項式と鉛直方向の余弦関数の積による Galerkin 有限要素法¹⁾を適応した局地風のシミュレーション法を提案するものである。

2. 基礎方程式 鉛直方向の運動方程式には静力学平衡が成り立つとすると基礎式は次のようになる。^{2), 3)}

$$\frac{\partial u}{\partial t} + L' \cdot u + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\bar{\theta} \frac{\partial \pi'}{\partial x} + D' \cdot u + f_v \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + L' \cdot v + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\bar{\theta} \frac{\partial \pi'}{\partial y} + D' \cdot v - f_u \quad (2)$$

$$\frac{\partial \pi'}{\partial z} = -\frac{g}{\bar{\theta}^2} (\bar{\theta} - \theta') \quad (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial \theta'}{\partial t} + L' \cdot \theta' + w \frac{\partial \theta'}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} (K_h \frac{\partial \theta'}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (K_h \frac{\partial \theta'}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (K_v \frac{\partial \theta'}{\partial z}) \quad (5)$$

$$\text{ただし, } L' = u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y}, \quad D' = \frac{\partial}{\partial x} (A_h \frac{\partial}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (A_h \frac{\partial}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (A_v \frac{\partial}{\partial z})$$

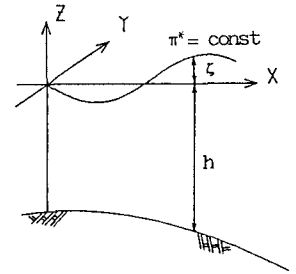


図-1 座標の定義

また θ ; 温位, π' ; Exner 関数, 状態方程式 ; $P = \rho R T$ の関係がある。

ここに, x 軸は東, y 軸は北に, z 軸は風が地形の影響を受けない上空において, $\pi' = \text{const}$ な面の平均高さを原点として上方向にとる(図-1)。 u, v, w はそれぞれ x, y, z 軸の風速成分, 温位 $\theta (= \bar{\theta} + \theta')$ については, $\bar{\theta}$ を平均値, θ' をそれからの偏差とする。更に A_h, A_v はそれぞれ水平, 鉛直渦動粘性係数, また D_h, D_v は水平, 鉛直方向の熱量の渦動拡散係数である。

次に上式を簡単化する。上に述べた $\pi' = \text{const}$ な面の高さを $z = \zeta$ で表す。この面は, 開水路の流れの自由水面に対応するもので, 外部重力波の影響を受けて, この面の下の風の収束・発散にしたがって上下するものである。 ζ については, 式(4)を $[-h \sim \zeta]$ の範囲で z について積分すると式(6)が得られる。

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\zeta} u \cdot dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\zeta} v \cdot dz = 0 \quad (6)$$

同様に式(4)を $[-h \sim z]$ の範囲で, また式(3)を $[z \sim \zeta]$ の範囲でそれぞれ z にいて積分し, 得られた式を式(1), (2), (5) に代入し整理すると次式が得られる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + L' \cdot u - \left(\frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^z u \cdot dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^z v \cdot dz \right) \frac{\partial u}{\partial z} = -g \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \int_z^{\zeta} g \cdot \frac{\theta'}{\bar{\theta}} \cdot dz + D' \cdot u + f \cdot v \quad (7)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + L' \cdot v - \left(\frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^z u \cdot dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^z v \cdot dz \right) \frac{\partial v}{\partial z} = -g \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \int_z^{\zeta} g \cdot \frac{\theta'}{\bar{\theta}} \cdot dz + D' \cdot v - f \cdot u \quad (8)$$

$$\frac{\partial \theta'}{\partial t} + L' \cdot \theta' - \left(\frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^z u \cdot dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^z v \cdot dz \right) \frac{\partial \theta'}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} (K_h \frac{\partial \theta'}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (K_h \frac{\partial \theta'}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (K_v \frac{\partial \theta'}{\partial z}) \quad (9)$$

以上, 式(6)~(9)は, u, v, θ', ζ を未知量とする連立微分方程式となる。

3. 基礎式の離散化 式(6)~(9) に対し, 先ず空間変数について離散化するために総和規約を用いて次の近似関数を考える。

$$\left. \begin{aligned} u &= N_i \cdot \cos(B_p z') \cdot u_{pi}, & v &= N_i \cdot \cos(B_p z') \cdot v_{pi} \\ \theta' &= N_i \cdot \cos(B_p z') \cdot \theta'_{pi}, & \zeta &= N_i \cdot \zeta_i \end{aligned} \right\} \quad \left. \begin{aligned} B_p &= \frac{p-1}{h+\zeta} \pi = \frac{p-1}{d} \pi & (p=1, 2, \dots, m) \\ z' &= z - \zeta & (i=i, j, k) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

ここに、 $N_i = N_i(x, y)$ は従来より用いられている区分多項式で、本研究では三角形一次要素のものを用いている。また、 m は各変数に対する展開項数である。式(7)、(8)、(9)に対し重み関数として $W = N_i \cdot \cos\{Bpz'\}$ を、式(6)に $W=N_i$ を掛けて、重み関数の定義域内で積分を行う。一つの要素（節点 i, j, k ）に対して離散化方程式、つまり要素方程式が得られる。要素が多数存在する場合は離散化方程式の各項を要素ごとに求め、重み関数にしたがって重ね合わせると、同様の式が求まる。時間変数(t)に対する離散化としては、時間微分項以外を全て右辺に移行することにより時間に関する常微分方程式が得られる。この積分法として陽的時間積分法である Two-step Lax-Wendroff 法を用いて、時間について step-by-step に解いてゆく。

4. 解析例 本解析モデルの検討を行うにあたって、

図-2に示す2つ並んだ三次元三角形断面の地形上における風速場を求めてみた。Case.1, Case.2 において渦動粘性係数、渦動拡散係数をそれぞれ $A_h = K_h = 10.0$ (m^2/s), $A_v = K_v = 1.0$ (m^2/s), 領域全体に対して $\theta = 300$ K とし、 $t=0.0$ s において風上、風下境界面に、 $u=2.0 + 0.2 \cdot \cos(\pi \cdot z/300)$ m/s の風を与える。温位については、Case.1 において $\theta' = 0.0$, Case.2 では気温変化率を考慮し $\theta' = 1.0 \cdot \cos(\pi \cdot z/300)$ k とした。また解析は、time step = 0.25 s で計算を行い 1000.0 s まで計算した。作図において地形及び風速の縮尺は、水平：鉛直 = 1 : 5 である。

Case.1では解析領域全体で温位を一定としたため流れは、地形の影響を受けはするが全体として均一な流れを呈している。これに対し、Case.2 では温位の変化を取り入れたことにより鉛直方向の上下における密度差が生じ、このため地形と密度差により、鉛直方向の風速成分に大きな変化がみられる。更に水平風速についても Case.1 では高さによらずほぼ一定であるのに対し Case.2 では地表面に近いほど密度が大きいので、風速が小さくなっていることがわかる。また Case.2 では地形後方の流れ（後流）において風が上昇・下降を繰り返すような乱れた流れになっている。このことは地形後方において著しい温位の変化が生じていると言えるであろう。解析において粘性係数、拡散係数の

各々を領域全体で一定としたが、これら係数の流れに及ぼす影響は大きく、今後検討していく必要がある。

5. おわりに 本研究は、局地風に影響を与える地形の形状を、より厳密に解析に取り入れるために Galerkin 有限要素法の適応を試みたものである。本解析は温位の変化を取り入れたに過ぎず、局地風流れの解析としてはまだ初歩的な段階であるため、今後各種物理量の算定、領域の設定問題等の検討をし、更に一般的な地形に対して適応したいと思う。尚、計算・作図等において御協力頂いた（株）鴻池組 棚橋克哉君（当時信州大学工学部学生）には記して謝意を表する。

【参考文献】

- 1). 富所, 荒木, 吉田: 開水路の流れの三次元数値解析法, 第29回水理講演会論文集, pp729~732, 1985.
- 2). 高橋浩一郎著: 総観気象学, 岩波書店, pp20~52, 1969.
- 3). B.W. ATKINSON: Meso-scale Atmospheric Circulation, ACADEMIC PRESS, pp125~213, 1981.