

II-254

LESを用いた湖流の数値解析

京都大学大学院 学生員 広瀬昌由
 京都大学工学部 正員 岩佐義明
 京都大学大学院 学生員 申 輝華

1. はじめに；本報は、従来より湖沼を対象として行ってきた水平多層モデルによる数値解析法（準三次元モデル）に、large eddy simulation (LES) の考え方を適用したものであり、計算例として成層が発達しているときの琵琶湖湖流を解析し、従来の方法による解析結果と比較するとともに、LESを適用する場合の問題点を考察するものである。

2. 数値解析法；用いる基礎式は、連続式、運動方程式および密度偏差の方程式である。水平方向の運動方程式にはブジネスク近似を用い、水深方向の運動方程式は静水圧分布式で近似する。LESを適用するに際して流れを大規模成分とそれより小さいsubgrid scaleに分割し、subgrid scaleをSmagorinskyの考え方によってモデル化する¹⁾と、渦動粘性係数は

$$\nu_t = (c\Delta)^2 \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right]^{1/2}$$

で表される。ここで、cは定数、 Δ は空間スケールの大きさ、 u_i は大規模成分の流速である。本報で対象とする湖の場合、水平方向の大きさと水深方向の大きさが極端に異なり、 Δ を水平方向と水深方向で同一にとることはできない。そこで、 ν_t を水平方向のそれ(ν_t^h)と水深方向のそれ(ν_t^v)とに分けて考える。後者の ν_t^v の算定には水平方向の流速勾配に比べて水深方向の流速勾配ははるかに大きいとみなして、次式より求めることにする。

$$\nu_t^v = (c\Delta_v)^2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right]^{1/2}$$

ここで、 Δ_v はsubgrid scaleを空間平均するときにとられるfilterの水深方向の大きさである。また、水平方向の渦動粘性係数は水平方向と水深方向のスケールを考慮して

$$\nu_t^h = \left(\frac{\Delta_h}{\Delta_v} \right)^2 \nu_t^v$$

とする。ここで、 $\overline{\nu_t^v}$ は ν_t^v の水深方向の平均値であり Δ_h は水平方向のfilterの大きさである。さらに成層時には水深方向の渦動粘性係数は、成層の安定を表すRichardson数の関数とする²⁾。渦動拡散係数についても同様の扱いをする。数値解析法には、operator-splitting法を用いる³⁾。

3. 計算結果とその考察；計算対象とする琵琶湖を水平方向には1kmの差分格子に分割し、水深方向には50m以浅では2.5m、以深では10mに分割した。上述のfilterの大きさには、これらの差分格子の大きさをそのまま用いた。また、定数cの値は0.1とする。計算の初期の段階においては静止状態を想定し、水深15mの位置に7℃の水温差の躍層を与える。計算開始後12時間にわたって南西5m/sの風を与え自由表面にせん断応力を加える。以下に、 ν_t^v 、 ν_t^h を上式のように

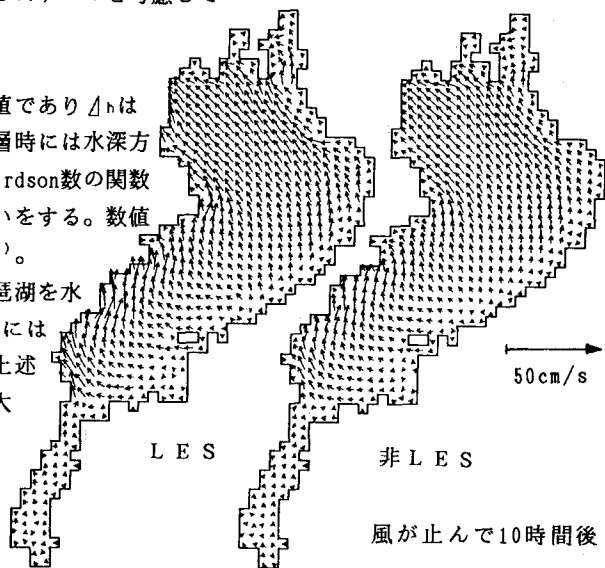


図1：表層の流速ベクトル図

与えた計算結果（簡単のためLES計算と呼ぶ）と、中立時における渦動粘性係数および渦動拡散係数を上述したように与えずに定数として与える従来の計算法（非LES計算と呼ぶ）の結果とを示し比較する。図1は風の停止後10時間後の表層の流速ベクトル図で、いずれの計算においてもほとんど同じ流速分布が得られる。わずかながらLES計算の方が流速が大きく現れているのは、非LES計算で与えた渦動粘性係数が水平方向で $30\text{m}^2/\text{s}$ 、水深方向で $0.01\text{m}^2/\text{s}$ であって、後に述べるLES計算でのそれらの値よりはるかに大きいため非LES計算の方が運動量の拡散が速く進むためと思われる。図2は琵琶湖最深部付近の、第3層（水深5~7.5m）における水深方向の渦動粘性係数 ν_t^v の時間的変化をみたものである。計算の開始（風の吹送）とともに ν_t^v は増加するが風の停止後は流れの減衰にしたがって、次第に減少している。またその値は $10^{-4}\text{m}^2/\text{s}$ 程度で、非LES計算で設定した渦動粘性係数より相当小さい。図3は、図2と同一点における水温、水深方向の渦動粘性係数 ν_t^v およびRichardson数を考慮した渦動粘性係数 $\nu_t^v(R_i)$ の水深方向の分布を示したものである。 ν_t^v が水深15m付近の躍層において大きいのは、流速の水深方向の勾配が大きいからであり、またそれにもかかわらず $\nu_t^v(R_i)$ が小さいのは、この付近で水温の水深方向の勾配も大きくRichardson数が大きくなっているからである。

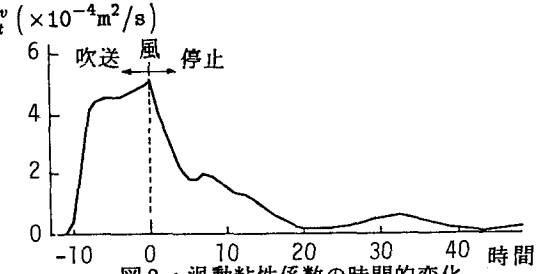


図2：渦動粘性係数の時間的変化

図3は、図2と同一点における水温、水深方向の渦動粘性係数 ν_t^v およびRichardson数を考慮した渦動粘性係数 $\nu_t^v(R_i)$ の水深方向の分布を示したものである。 ν_t^v が水深15m付近の躍層において大きいのは、流速の水深方向の勾配が大きいからであり、またそれにもかかわらず $\nu_t^v(R_i)$ が小さいのは、この付近で水温の水深方向の勾配も大きくRichardson数が大きくなっているからである。

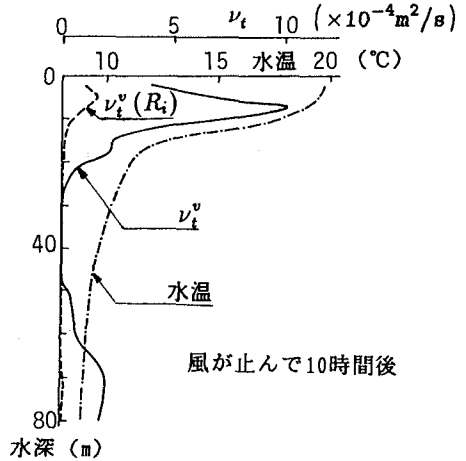


図3：渦動粘性係数の水深方向分布

4. LES計算の問題点；本報では、LESによる湖流の数値解析を試みたが、この様な形の解析法の適用にあたっては次のような点について検討が必要と考えている。

(1)水深方向の運動方程式を静水圧近似すること：LESで考えられている大規模成分の運動に対して静水圧分布の仮定が成立するかどうか明らかでなく、またこの過程がsubgrid scaleのモデル化にどの程度の影響を持つか明らかでない。

(2)filterの大きさと差分格子の大きさの関係：subgrid scaleをモデル化するとき、本報ではGaussian filter関数を用いて基礎式をfilteringした。そのときのfilterの大きさには、差分格子の大きさを与えたが、LESの考え方からいえば、filterの大きさはsubgrid scaleの乱れの空間スケールに対応するものでなければならない。逆にいえば、LESの考え方は差分格子の大きさの選択に物理学的な根拠を与えることを期待される。また、差分格子の大きさを水平方向と水深方向で極端に違えることの妥当性が(1)の問題を含めて、LESの立場から検討されなければならない。

(3)渦動粘性係数について：LESではsubgrid scaleが渦動粘性係数を用いてモデル化される。この係数は、場の状態に依存する量として定義され、時間および空間の関数として計算の進行とともに算出される。したがって、計算の結果からだけでいえば、LES計算と非LES計算の差は、渦動粘性係数の違いに集約されてしまう。このような違いが、本当にLESの特質と考えてよいのかさらに議論が必要と思われる。

《参考文献》(1)Smagorinsky, J. : General circulation experiments with primitive equations:I. The basic experiment, Monthly Weather Review, Vol. 91, No. 3, 1963. (2)牛島 省、守屋祥一：二次元乱流モデルの成層流への適用性、電力中央研究所、研究報告、1988, U87070. (3)申 輝華、岩佐義朗、井上和也：湖の流れの数値解析に関する基礎的研究、京都大学防災研究所年報、第31号、1988.