

II-248

複断面流れにおける陰式四点差分法の収束性について

日本工営株式会社 正員 中村 茂
長岡技術科学大学建設系 正員 福嶋祐介

1. はじめに

Amein et al. (1970, 1975)が提案した陰式四点差分法を用いて複断面流れの不定流計算を行う場合、ある種の状況下において数値的不安定が生じ、解が収束しないことがある。本研究はこのような場合の収束性を向上させることを試みた。また、この結果を踏まえて実河川における洪水の再現計算を行った。

2. 陰式四点差分法における連続式の取扱について

Amein et al. (1970, 1975)では基礎式の一つである連続式について、下記のような式の変形を行った。

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

ここに、 Q :流量(g/sec.), A :断面積(m^2), x :距離, t :時間である。

同論文では本来従属関係にある、水面における川幅 B と断面積 A とが、独立な情報として計算に用いられると数値的不安定を招くと考えた。これを防ぐために、上式に B と A との関係

$$B = \frac{dA}{dy} \quad (2)$$

を導入して式(1)を次のように変形した。

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + B \frac{\partial y}{\partial t} = 0 \quad (3)$$

しかし、式(3)の中の B という関数は複断面河川の場合、その高水敷高さにおいて不連続なものとなる(図-1)。この結果、式(3)を用いた複断面流れの不定流計算では、ある種の状況において数値的不安定が生じる。そこで、筆者らは式(1)をそのままの形で用いることを考えた。この式形では扱うべき関数が不連続になることはない(図-2)。そして、 B と A との従属関係を保つために、河床断面形状を座標値で記憶し、値が必要になる度にこれらの座標値と水位から図形処理によってこれらを求めた。

複断面形状のモデル河川における洪水波のシミュレーションを行った結果、式(3)を用いた場合に振動していた解が、式(1)を用いた本計算手法では収束することが分かった。

3. 断面評価手法について

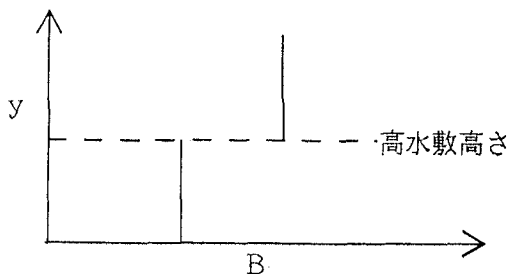
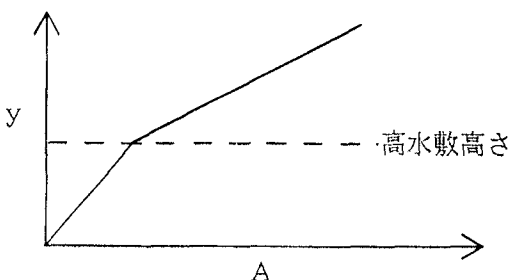
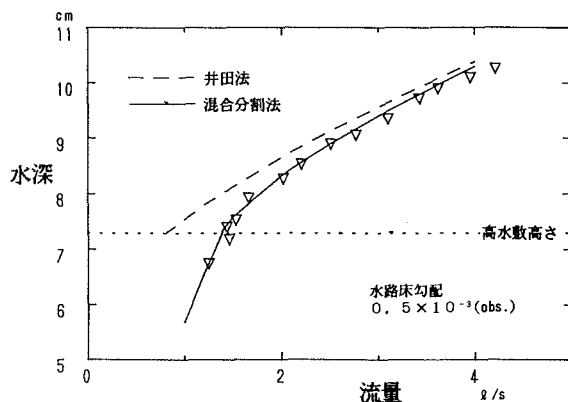
図-1 水面における川幅 B の水深 y に対する変化図-2 断面積 A の水深 y に対する変化

図-3 複断面実験室内水路の等流状態の $H-Q$ と計算結果との比較
(玉井、河原(1981)のデータを使用)

複断面流れに対しては、現在多くの断面評価手法が提案されている。不定流計算にこれらの手法の内のあるものを用いた場合、解の振動が生じて収束しないことがある。本論ではその代表として、断面分割法に井田径深を用いた場合を示す。また、これと福嶋、中村(1988)が提案した混合分割法を対比した。

図-3は玉井、河原(1981)が行った実験室内の複断面水路の等流状態H-Qデータと、各々の手法によるH-Q曲線とを比較したものである。両手法ともマンニングのnは同じ値を用いている。高水敷高さよりも水深が小さい場合は単断面水路と変わらないので、断面評価手法の違いによるH-Q曲線の変化はない(図中では完全に一致している)。評価手法の違いが現れるのは高水敷高さより上の部分である。井田径深を用いた場合のH-Q曲線はこの部分で不連続なものとなり、不定流計算における数値的不安定の原因となっていることが分かる。これに対し、混合分割法ではこの部分においても連続であり、更に実験値をよく再現している。

4. 利根川下流域の洪水再現計算

本研究で開発された計算プログラムを用いて実際の洪水の再現計算を行った。断面評価手法は混合分割法を用いている。利根川下流域の河床データとその部分の洪水データが土研資料として得られた。この河床データは複断面にモディファイされたものである。その際、河積が変化しないように配慮されている。

図-4は上流端における流量が最大値を示した時刻の縦断変化図である。また、図-5は下流端から54.5km遡った地点のハイドログラフである。計算結果はよく実測値を再現している。

5. まとめ

1) 連続式の取扱手法をかえることにより、陰式四点差分法の収束性を向上させることができた。2) 複断面流れの不定流計算においては井田径深を用いた場合、数値的不安定が生じることを指摘した。3) 混合分割法は複断面流れのH-Q関係をよく再現した。4) 本計算手法は実際の洪水をよく再現した。

参考文献: 1) Amein, M. and Chu, H. L.; Implicit Flood Routing in Natural Channels, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 101, No. HY6., Proc. Paper 11378, Jun., 1975, pp. 717-731. 2) 玉井信行・河原能久; 複断面開水路流れの特性と抵抗則に関する研究、第25回水理講演会論文集、1981年2月、pp. 113-118. 3) 福岡捷二・浅野富夫・藤田光一・坂野 章; 複断面河道における洪水流の抵抗特性、第30回水理講演会論文集、1986年2月、pp. 499-504. 4) 福嶋祐介・中村 茂; 複断面開水路流の抵抗則について、第6回土木学会新潟会研究調査発表会論文集、昭和63年10月、pp. 173-178. 5) 建設省土木研究所; 河川における不定流計算法(Ⅲ)、土研資料第1939号、昭和58年3月

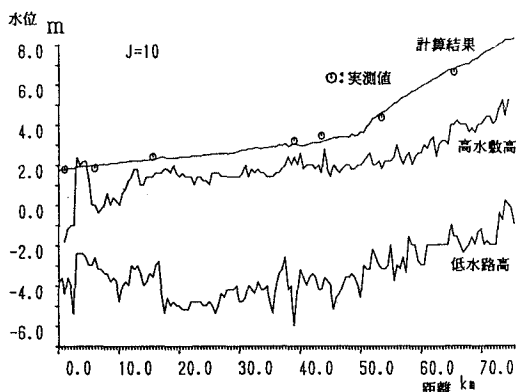


図-4 利根川下流域の洪水再現計算（昭和47年9月17日洪水）、水位の縦断変化図

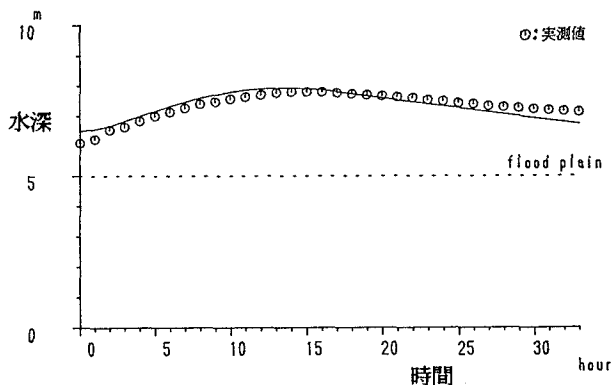


図-5 実測水深と計算水深との比較ハイドログラフ（金江津、下流端（銚子）から54.5km地点）