

西松建設(株) 技術研究部 正員 多田 彰秀  
 京都大学工学部 正員 岩佐 義朗  
 西松建設(株) 技術研究部 正員 西平 福宏

1.はじめに; 二次内挿を導入した特性曲線法(以下、CH2法と呼ぶ)<sup>1)</sup>や Leap-frog法(LF法)<sup>2)</sup>によってなされた時間的変化の急な流れの数値解析では、不連続部近傍に発生する数値振動および波先こう配のなまりが大きな課題となっている。本報では、この様な数値振動の抑制と波先部のなまり度の軽減を目的として、ドナー・セル法を運動量方程式の移流項の差分に適用した数値解析法(UPW法)を提案するとともに、水理実験の再現計算をとおしてその有効性について検討を加える。

2.基礎式とその差分式; 簡単化のために横流入流量  $q=0$ 、運動量補正係数  $\beta=1$  とすれば、長方形断面一様水路での基礎式は、右の二式によって構成される。 $\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$   
 なお、A:流水断面積、Q:流量、 $h_g$ :水面から流水断面図心までの深さ、 $\lambda'$ :圧力分布係数、 $s_f = n^2 V^2 / R^{4/3}$ :摩擦こう配、 $n$ :Manningの粗度係数、 $s_a = \sin \theta$ 、B:水路幅である。

差分式は、細田<sup>3)</sup>が発電所水路トンネル内の跳水伝播計算で用いた差分スキームに倣うとともに、若干の改良を加えて誘導される。なお、移流項の差分にはドナー・セル法が用いられている。差分式中で、断面の下付添え字 a、b、cは、それぞれ  $Q_{i-1/2}^{n-1/2}$ 、 $Q_{i+1/2}^{n-1/2}$ 、 $Q_{i+3/2}^{n-1/2}$  が負値の時のみ 1 となり、それ以外では 0 を取る。さらに、流量の下付添字 d、e についても同様に、それぞれ平均流速  $vd_m$ 、 $vm_u$  が負値を取る場合のみ 1、それ以外の場合は 0 となる。

$$A_i^n = A_i^{n-1} - \left(\frac{\Delta t}{\Delta x}\right) (Q_{i+1/2}^{n-1/2} - Q_{i-1/2}^{n-1/2})$$

$$Q_{i+1/2}^{n+1/2} = Q_{i+1/2}^{n-1/2} - \left(\frac{\Delta t}{\Delta x}\right) [(vQ)_{i+1} - (vQ)_i] - \lambda' g \cos \theta \left(\frac{\Delta t}{\Delta x}\right) [(h_g A)_{i+1} - (h_g A)_i] + g \Delta t \frac{A_i^n + A_{i+1}^n}{2} (s_a - s_f)$$

$$(h_g A)_i = A_i^n / 2B_i^n, (h_g A)_{i+1} = A_{i+1}^n / 2B_{i+1}^n$$

$$(vQ)_{i+1} = \frac{vm_u + vu}{2} Q_{i+1/2+e}^{n-1/2} = vm_u Q_{i+1/2+e}^{n-1/2}$$

$$(vQ)_i = \frac{vd + vm}{2} Q_{i-1/2+d}^{n-1/2} = vd_m Q_{i-1/2+d}^{n-1/2}$$

$$vd = Q_{i-1/2}^{n-1/2} / A_{i-1+a}^n, vm = Q_{i+1/2}^{n-1/2} / A_{i+b}^n, vu = Q_{i+3/2}^{n-1/2} / A_{i+1+c}^n$$

$$s_f = n^2 |vm| |vm| / \left[\frac{1}{2}(R_i^n + R_{i+1}^n)\right]^{4/3}$$

3. UPW法による水理実験の再現計算; 表-1に示すような時間的変化の急な流れの水理実験2ケースについて、UPW法を用いて再現計算を行った。計算に際しては、実験より得られた水位ハイドログラフを上流端および下流端の境界条件として与えるとともに、下流端の初期水位および初期流量より不等流計算によって初期値を設定した。

図-1は、Case22の再現計算結果のうち、下流端より2.0m上流側地点(No.9)での水位ハイドログラフで、特に不連続部を拡大したものである。図中には、実験値(●)およびUPW法による計算値(実線)がプロットされている。なお、比較のためにLF法による計算値(波線)、CH2法による計算値(一点鎖線)も示されている。UPW法で

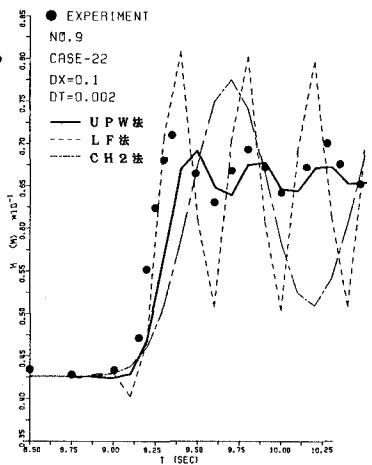


表-1 実験条件と実験ケース

Case No.	$Q_0$ (l/sec)	$h_0$ (cm)	$F_{r0}$	波先の伝播
Case22	4.15	3.80	0.62	下流→上流
Case23	4.15	3.80	0.62	上流→下流

は、数値振動が存在するものの、他の二つの方法と比較すれば、その振幅は小さく周期も短くな

$Q_0$ : 初期流量、 $h_0$ : 水路中央部の初期水深、 $F_{r0}$ : 初期Fr-ド数、平均河床こう配  $s_0 = 1/800$   
 長方形断面一様水路(水路長10m、水路幅25cm、内高20cm)、

図-1 水位ハイドログラフ(Case22)

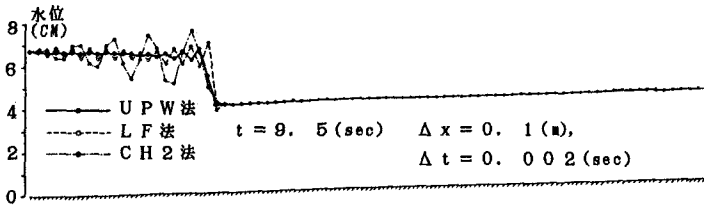


図-2 水面形 (Case22)

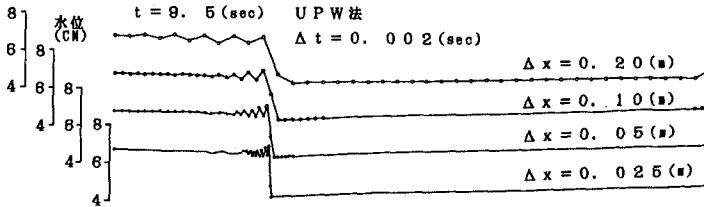


図-3 (b) 水面形 (UPW法)

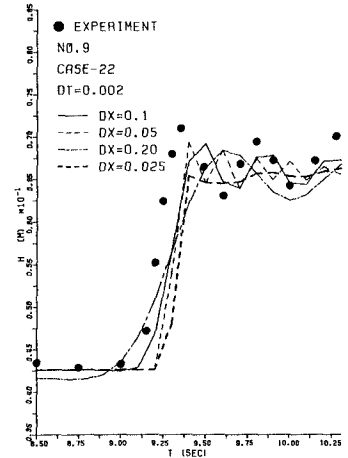


図-3 (a) 水位ハイドログラフ (UPW法、 $\Delta t$ :一定)

っている。これは、UPW法が差分スキーム内に陰的な人工粘性効果を有するため、他の二つの計算法よりも数値振動が抑制されたものと考えられる<sup>4)</sup>。一方、波先部での水位変化率は、この影響を受けて、実験値よりなまり度が大きくなっている。図-2は、三つの計算法によって得られた  $t=9.5\text{sec}$  での水面形を示したものである。図-1のハイドログラフから予想されるとおり、UPW法による水面形では、波先部の振動が小さく、二〜三波長後には一定水位となっている。

図-3(a)および(b)は、UPW法において $\Delta t(=0.002\text{sec})$ を一定とした時、 $\Delta x$  値の違いが計算結果に及ぼす影響について検討したものである。前者は、図-1と同様にNo.9地点の水位ハイドログラフである。 $\Delta x$  が小さくなるに従って波先部の水位変化率は増大し、実験値に漸近していく傾向が認められる。後者は、 $t=9.5\text{sec}$  での各 $\Delta x$  に対応する水面形である。計算前から予想されたとおり、 $\Delta x$  を小さく選定するほど波先部の水面こう配は、より急峻に再現できることが明らかになった。なお、波先後方部の数値振動の波長はすべて $2\Delta x$ であった。

図-4は、不連続部が上流から下流へ伝播するCase23についてUPW法を適用して計算した水位ハイドログラフである( $\Delta x=0.05\text{m}$ ,  $\Delta t=0.002\text{sec}$ )。波先の伝播距離

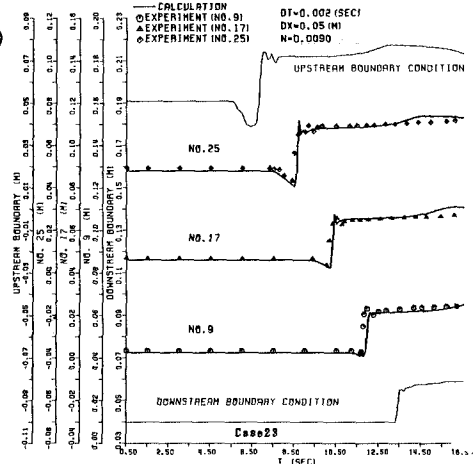


図-4 水位ハイドログラフ (Case23)

については、流下にとまって計算結果の方が実験結果よりも若干小さくなる傾向にある。したがって、流下距離が長い水路内での再現計算では大きな差として現れる可能性がある。しかしながら、総合的に判断すれば、Case22と同様に高い精度で水理実験の再現計算が行われているものと判断される。

4.おわりに；ドナー・セル法を移流項の差分に適用した数値解析法（UPW法）は、段波等で代表される時間的変化の急な流れの数値解析に対して、不連続部の数値振動を抑制するという観点より、有効性の高い計算法であることが明らかになった。

（参考文献）1)岩佐、多田；京都大学防災研究所年報、第28号B-2, 1985, pp.429-441. 2)松岡、岩佐、多田；土木学会第41回年次学術講演会講演概要集、第II部, 1986, pp.493-494. 3)細田、余越；土木学会第41回年次学術講演会講演概要集、第II部, 1986, pp.435-436. 4) P.J.Roache；Jour. Computational Physics, Vol.10, No.2, 1972, pp.351-366.