

縦筋河床上の乱流特性について

九州大学 工学部 正員 平野 宗夫

九州大学 工学部 正員 大本 照憲

九州大学 工学部 学生員○天野 光歩

九州大学 工学部 M.S.Pallu

1. まえがき

剪断乱流は、本質的に三次元的構造を有するが、それが最も顕著に現れた場合、二次流を伴う。前報¹⁾において、著者らは、二次流の駆動力は、幅方向と鉛直方向の流速変動からなるレイノルズ応力であり、乱れの強さの差は、抑制効果を持ち、両者がバランスして定常な二次流が形成されることを指摘した。本研究では、二次流がレイノルズ応力および乱れエネルギーの収支に及ぼす影響について検討を加えた。

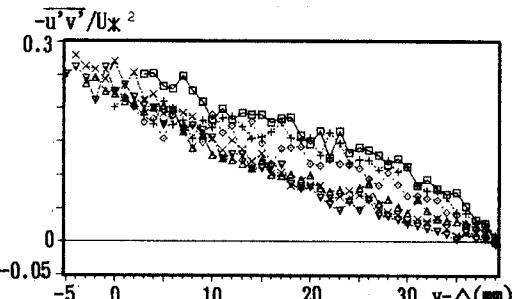
2. レイノルズ応力

以下の考察で用いる座標系は、主流方向をX軸、鉛直方向をY軸、および横断方向をZ軸とし、それぞれの方向に対する流速成分を U, V および W とする。図-1は、主流方向と鉛直方向の流速変動成分からなるレイノルズ応力 $-u'v'$ の鉛直分布を示したものである。 $-u'v'$ は、河床付近から自由水面に向かって減少し、Ridge上で上に凸型、Trough上で下に凸型の分布形となる。図-2は主流方向と横断方向の流速変動成分からなるレイノルズ応力 $-u'w'$ の横断分布を示したものである。図より、 $-u'w'$ は $-1 < z/b < 0$ の領域で $-u'w' > 0$ 、 $0 < z/b < 1$ の領域で $-u'w' < 0$ となり、sine曲線に近い分布形を示すことがわかる。二次元開水路流れにおけるレイノルズ応力 $-u'v'$ は、河床付近で最大値を取り自由水面に向かって直線的に減少する分布形を示すが、二次流の存在する場合 $-u'v'$ は図-1に示すような曲線分布を呈する。このような分布形を規定する要因について検討するため、主流方向の運動量方程式をyに関して一階積分した次式を用いる。

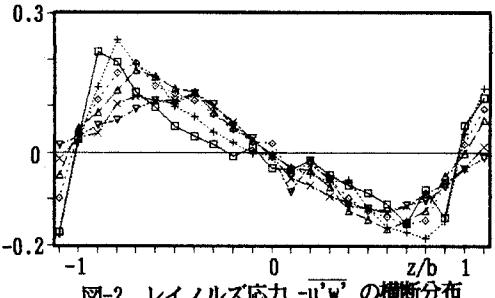
$$\begin{aligned} -\bar{u}'v'/U_x^2 &= (1-y/H_{max}) - 1/U_x^2 \cdot \int \frac{\partial U}{\partial y} (V \cdot \partial U / \partial y \\ &\quad + W \cdot \partial U / \partial z) dy \\ &\quad + 1/U_x^2 \cdot \int \frac{\partial U}{\partial z} \partial z (-\bar{u}'w') dy \end{aligned} \quad \cdots \cdots (1)$$

(1)式において、Ridge上では、 $V \cdot \partial U / \partial y > 0$ 、 $W \cdot \partial U / \partial z = 0$ 、 $\partial z / \partial z (-\bar{u}'w') > 0$ である。同様に、Trough上では、 $V \cdot \partial U / \partial y < 0$ 、 $W \cdot \partial U / \partial z = 0$ 、 $\partial z / \partial z (-\bar{u}'w') < 0$ である。従って、 $-\bar{u}'v'$ に対する右辺第二、三項の効果は表-1のように表せる。図-1に示したように、二次流が存在する流れ場における $-\bar{u}'v'$ の分布は、二次元開水路流れにおける $-\bar{u}'v'$ の直線分布に対して、Ridge上では上に、Trough上では下にずれる傾向になる。右辺第三項の符号に注目すれば、レイノルズ応力 $-\bar{u}'v'$ をRidge上で上に凸型、Trough上で下に凸型にする効果は、 $-\bar{u}'w'$ によって規定されると考えられる。

次に、レイノルズ応力 $-\bar{u}'w'$ の横断方向分布の分布形について次式を基に考察する。

図-1 レイノルズ応力 $-\bar{u}'v'$ の鉛直分布

□	+	◇	△	×	▽
$z/b: -1.0$	-0.8	-0.6	-0.4	-0.2	0

 $-\bar{u}'w'/Ux^2$
図-2 レイノルズ応力 $-\bar{u}'w'$ の横断分布

□	+	◇	△	×	▽
$y/H_{max}: 0.052$	0.156	0.259	0.363	0.571	0.778

表-1 $-\bar{u}'v'$ に対する右辺第二、三項の影響

	at Ridge	at Trough
右辺第二項	負	正
右辺第三項	正	負

$$\frac{\partial}{\partial z}(-\bar{u}'\bar{w}') = -gI_0 - \frac{\partial}{\partial y}(-\bar{u}'\bar{v}') + V \cdot \frac{\partial U}{\partial y} + W \cdot \frac{\partial U}{\partial z} \dots \dots \dots (2)$$

(2)式において、Ridge上では、 $-\frac{\partial}{\partial y}(-\bar{u}'\bar{v}') > 0$, $V \cdot \frac{\partial U}{\partial y} > 0$, $W=0$, Trough上では、 $-\frac{\partial}{\partial y}(-\bar{u}'\bar{v}') > 0$, $V \cdot \frac{\partial U}{\partial y} < 0$, $W=0$ となる。図-2に示す $-\bar{u}'\bar{w}'$ の横断分布によると、Ridge上では、 $\frac{\partial}{\partial z}(-\bar{u}'\bar{w}') > 0$, Trough上では、 $\frac{\partial}{\partial z}(-\bar{u}'\bar{w}') < 0$ である。従って、各項の符号に注目すれば、レイノルズ応力 $-\bar{u}'\bar{w}'$ の分布形は、移流項 $V \cdot \frac{\partial U}{\partial y}$ によって規定される事がわかる。

$$(\bar{u}'^2 + \bar{v}'^2 + \bar{w}'^2)/(2 \cdot U_x^2)$$

3. 亂れエネルギー

図-3は、乱れエネルギー $(\bar{u}'^2 + \bar{v}'^2 + \bar{w}'^2)/2$ の横断分布を示したものである。 $(\bar{u}'^2 + \bar{v}'^2 + \bar{w}'^2)/2$ は河床から自由水面に向かって減少し、河床付近では、Ridge上で極大となり、河床からはなるべくRidgeよりわずかにTrough側で極大となることがわかる。図-4及び5は、それぞれRidge上及びTrough上における乱れエネルギーの収支関係を表したものである。乱れエネルギーの収支式は次式によって表される。

$$\begin{aligned} V \cdot \frac{\partial q^2}{\partial y} + W \cdot \frac{\partial q^2}{\partial z} &= -\bar{u}'\bar{v}' \frac{\partial U}{\partial y} - \bar{u}'\bar{w}' \frac{\partial U}{\partial z} \\ &\quad - \varepsilon - \frac{\partial}{\partial y} \{ \bar{v}'(\bar{u}'^2 + \bar{v}'^2 + \bar{w}'^2)/2 \} 40 \\ &\quad - \frac{\partial}{\partial z} \{ \bar{w}'(\bar{u}'^2 + \bar{v}'^2 + \bar{w}'^2)/2 \} \\ &\quad \dots \dots \dots (3) \end{aligned}$$

ここに、 $V \cdot \frac{\partial q^2}{\partial y} + W \cdot \frac{\partial q^2}{\partial z}$ は移流項、 $-\bar{u}'\bar{v}'$ ・ $\bar{u}'\bar{w}'$ は乱れエネルギーの発生項、 ε は散逸項及び $-\frac{\partial}{\partial y} \{ \bar{v}'(\bar{u}'^2 + \bar{v}'^2 + \bar{w}'^2)/2 \} - \frac{\partial}{\partial z} \{ \bar{w}'(\bar{u}'^2 + \bar{v}'^2 + \bar{w}'^2)/2 \}$ は乱れエネルギーの拡散項である。また、 -20 散逸項 ε は、スペクトル分布にKolmogorovの $-5/3$ 乗則が成立することを確認した上で、評価された。図より乱れエネルギーの発生項および散逸項は河床付近で極大となり、自由水面に向かって急激に減少し、さらに、両者はほぼ平衡関係になっていることがわかる。また、移流項および乱れエネルギーの拡散項は、発生項および散逸項に比べて無視できるほど小さいが、拡散項はTrough上で比較的大きな値を取っているのがわかる。ここで、二次元開水路流れでは一般に無視される乱れエネルギーの発生項 $-\bar{u}'\bar{w}' \frac{\partial U}{\partial z}$ について考察する。図-6は、 $-\bar{u}'\bar{w}' \frac{\partial U}{\partial z}$ の横断分布である。図より、 $-\bar{u}'\bar{w}' \frac{\partial U}{\partial z}$ はRidgeよりわずかにTrough側で極大値を取ることがわかる。また、 $-\bar{u}'\bar{w}' \frac{\partial U}{\partial z}$ の極大値は、 $-\bar{u}'\bar{v}' \frac{\partial U}{\partial y}$ に近い値を示すため $-\bar{u}'\bar{w}' \frac{\partial U}{\partial z}$ は乱れエネルギーの発生項として無視できない項であると考えられる。

参考文献

- 1) 大本照憲、平野宗夫、M.S.Pallu: 第33回水理講演会論文集, pp.529-534, 1989.

