

II-195 河川における流れと横分散現象の
平面2次元解析

京都大学大学院 学生員 尾植 正順
京都大学工学部 正員 岩佐 義朗
京都大学工学部 正員 綾 史郎

1. はじめに; 筆者らは、一般曲線座標系を用いた数学モデルにより、複雑な地形形状を有する水域における流れと分散に関する数値解析の研究を進めてきた¹⁾。本報文では、一般曲線座標系を用いた平面2次元解析モデルによる河川の流れと分散の数値解析法の新しい計算コードについて述べる。さらに、本解析法を淀川水系の3川合流部下流水域に適用し、流れと水質混合の数値計算を行った結果について報告する。

2. 基礎方程式系およびその離散化; (1) 基礎方程式系; デカルト座標系における連続式、 x_1, x_2 軸(水平)方向の運動方程式、移流分散方程式を x_3 軸(鉛直)方向に水深積分し、平面2次元流れの基礎方程式系を得た後、これを座標変換

$$\xi_i = \xi_i(x_1, x_2) \quad i=1, 2 \quad (1)$$

によって、一般曲線座標系上のそれに改めると、以下の式を得る¹⁾。

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{J} \right) \begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \\ h \\ N \end{pmatrix} + \frac{\partial}{\partial \xi_i} \left(\frac{1}{J} \right) \begin{pmatrix} U^i M_1 \\ U^i M_2 \\ U^i h \\ U^i N \end{pmatrix} = \frac{\partial}{\partial \xi_i} \left(\frac{1}{J} \right) \begin{pmatrix} h\tau^{1i}/\rho \\ h\tau^{2i}/\rho \\ 0 \\ hS^i \end{pmatrix} + \frac{1}{J} \begin{pmatrix} -g h \cdot \partial \xi_i / \partial x_1 \cdot \partial \zeta / \partial \xi_i \\ -g h \cdot \partial \xi_i / \partial x_2 \cdot \partial \zeta / \partial \xi_i \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{J} \begin{pmatrix} -\tau_{13}/\rho \\ -\tau_{23}/\rho \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

ここに、 M_i : x_i 軸方向の流束、 h : 水深、 N : 濃度の水深積分、 ζ : 水位、 z_b : 河床高さ、 U_i : x_i 軸方向の水深平均流速、 τ_{ij} : x_j 軸に垂直な面に働く x_i 軸方向の応力、 S^i : x_i 軸方向の勾配輸送型フラックス、 τ_{i3} : x_i 軸方向の底面せん断応力、 J : 座標変換に関する Transformation Jacobianである。また、 U^i, S^i は各々水深平均流速ベクトル、分散フラックスベクトルの反変ベクトル成分であって、また、 τ_{ij} と τ^{ij} との関係は、

$$U^i = \partial \xi_i / \partial x_j \cdot U_j \quad (3) \quad S^i = \partial \xi_i / \partial x_j \cdot S_j \quad (4) \quad \tau^{ij} = \partial \xi_j / \partial x_k \cdot \tau_{ik} \quad (5)$$

である。なお、式(2)の第1, 第2式は、各々 x_1, x_2 軸方向の流束 M_1, M_2 に関する運動方程式であり、第3式は、連続式、第4式は、移流分散方程式である。

(2) 離散式の誘導; 従来の各変数の定義点位置^{1), 2)}を改め、Fig. 1に示されるように隣接する4つの水位定義点の中央に、流束 $M_i (i=1, 2)$ の定義点を配置することとする。これは、従来の方法では、数値的理由による水面振動が生じたり、座標系の選択等により計算精度の低下が生じることが起こるためである。局所的時間変化項の離散化はAdams-Bashforth法により、空間的離散化は、基礎方程式(2)を、各々Fig. 1に示す領域で積分することにより行う。各領域の境界における積分量の評価にあたっては、移流項についてはDonor-Cell法の、粘性項、分散項については中央差分法の考え方にならうものとし、圧力項については、境界上の4点の水位を用いて近似する。

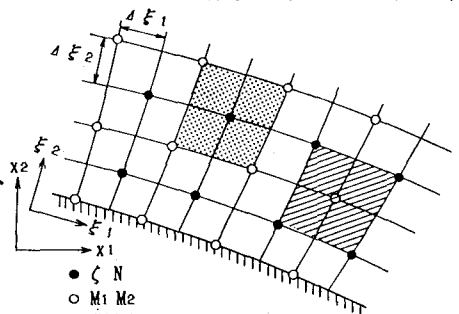
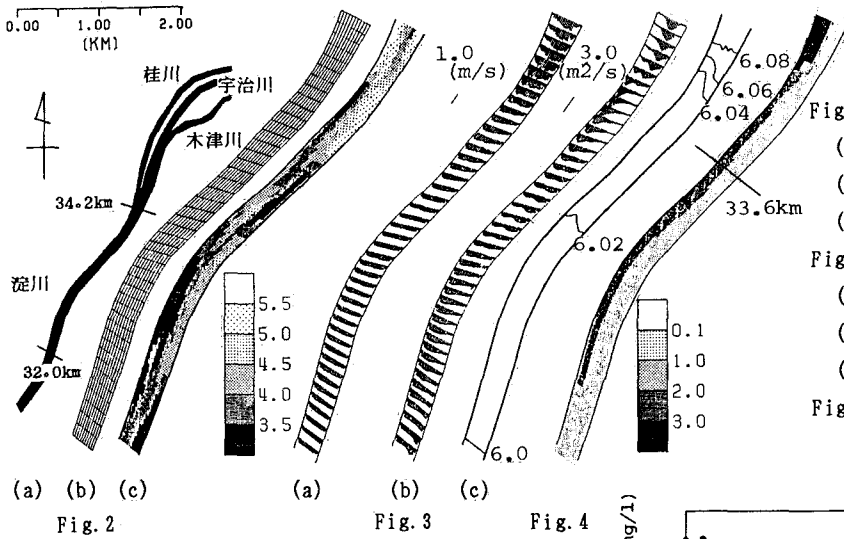


Fig. 1 従属変数の定義点と積分領域

3. 数値解析結果とその考察; (1) 解析対象領域; 解析対象領域は、Fig. 2(a)に示されるように、淀川水系34.2km地点より32.0km地点の低水路部分であり、図にみられるように領域直上流で、桂川、宇治川、木津川の3川が合流している。この領域を ξ_1 軸方向に88分割、 ξ_2 軸方向に20分割し、非正方形格子網(Fig. 2(b))を生成した。一格子の大きさは、物理面上で約50m(流れ方向)*約10m(横断方向)である。時間差分間隔は、 $\Delta t = 0.10\text{sec}$ である。Fig. 2(c)に河床高さを示している。

(2) 流れ場の解析; 初期条件は、水面は水平(0. P. 7. 0m)で静水状態を仮定し、境界条件は側岸部でノンス



リップ条件とし、下流端では水位-時間曲線を ξ_2 軸方向に一樣に与え、上流端では流量-時間曲線より M_1, M_2 に変換して与えた。なお、Manning型の抵抗則を用い $n = 0.02$ とした。水位-時間曲線、流量-時間曲線は余弦曲線を用いて、定常流量($90\text{m}^3/\text{s}$)、定水位(O.P. 6.0m)に滑らかに接続し、時間発展を行い定常解を求めた。なお、この水理条件は、大阪府水道部によるS61年10月28日の観測値³⁾にほぼ準じている。得られた計算結果を、流速ベクトル図(Fig. 3(a))、運動流束ベクトル図(Fig. 3(b))、等水位線図(Fig. 3(c))で示したが、妥当なものと思われる。

(3) 濃度場の解析; 流れ場の計算と連立して濃度場の計算を行った。上流端境界条件は、大阪府水道部によるS61年10月28日観測の拡散質の横断方向濃度分布³⁾を与え、下流端境界条件としては、 $\partial C / \partial \xi_1 = \text{const.}$ 、側岸部では、 $\partial C / \partial \xi_2 = 0$ の条件を用いた。なお、無次元縦分散係数は $\alpha_L = 5.93$ 、横分係数 $\alpha_T = 0.20$ である。ほぼ定常状態に達した濃度の平面分布を示したものがFig. 4であり、4種の分散質について、33.6km地点における横断方向の濃度分布を、計算値と観測値とを比較して示したものがFig. 5(a), (b)である。観測流量は上流端と33.6km地点で保存されておらず、従って分散質の量も2断面間で保存されていないので、修正された観測値が用いられているが、何れの分散質の横断方向濃度分布についても、計算値と観測値はよく一致している。

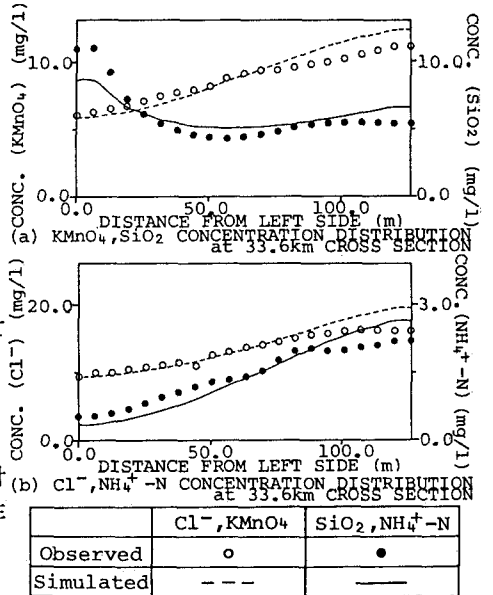


Fig. 5 濃度横断分布図

4. おわりに; 一般曲線座標系による平面2次元モデルを用いて、河川における横分散現象の数値解析を行い、観測値と比較した。本報文中で示した数値モデルは、実河川における横分散現象を、よく再現しており、有用なものと考えられる。最後に、本研究に協力された井上智夫氏(元京都大学大学院生、現建設省勤務)、馬場寿人氏(京都大学大学院生)に感謝します。

《参考文献》(1)岩佐、綾、土屋、西内: 京大防災研年報第31号B-2、1988.4 (2)岩佐、綾、井上: 第2回数値流体力学シンポジウム講演論文集、1988.12 (3)大阪府水道部: 淀川水系水質調査報告書、1987.3