

京都大学工学部 正 員 村上 正吾

京都大学工学部 正 員 中川 博次

京都大学大学院 学生員 川上 康博

1. まえがき 移動床現象においては砂粒子の確率的かつ離散的な運動が本質的な特性であり、特に流砂の非平衡現象を考える際には、こうした個々の粒子運動の集合体として取り扱う必要がある。著者らは、こうした特性を取り込んだモデルとして、掃流砂と浮遊砂が混在する場での流砂の Euler 的に理解された stochastic model を提案している¹⁾。こうした、確率モデルにおいては、河床静止砂粒、掃流砂そして浮遊砂の各状態間の単位時間当りの生起確率密度と、運動特性量(移動距離の平均値とその分布形)を明らかにしておく必要がある。本研究では、河床静止粒子から掃流砂、および掃流砂から浮遊砂への生起確率密度である pick-up rate p_s 、transition rate p_t 及び浮遊砂の運動特性を示す excursion length の確率特性についての考察を進め、流砂モデルへの取り込みを考え、その比較的簡単な関数形を得ることを目的とする。

2. pick-up rate について 粗砂に対する pick-up rate p_s は既に中川・辻本²⁾によって次のように定式化されている。 $p_{s*} = p_s \sqrt{d/(\sigma/\rho - 1)g} = F_0 \tau_{*c} (1 - k_2 \tau_{*c}/\tau_*)^m \dots (1)$ 粗砂に対しては、 $F_0 = 0.03$ 、 $\tau_{*c} = 0.05$ 、 $k_2 = 0.7$ 、 $m = 3$ であり、その適用性は実験によって明らかにされている。ところで、van Rijn³⁾ は、粒径 $d = 0.013 \sim 0.15$ (cm) の細砂を対象とした実験により、式(1)の適用範囲について議論を行なっている。 k_2 、 m は流体力変動の効果を示す定数であるので、粒径の効果は F_0 、 τ_{*c} に現われてくるものと考えられる。砂粒の河床よりの離脱の形式を滑動とみなすと、 F_0 、 τ_{*c} はつぎのように与えられる。

$$F_0 = k_1 (k_1 \mu_f + 1) / (\sigma/\rho - 1) \cdot \Xi_0 \dots (2), \quad \tau_{*c} = \mu_f / \{(1 + k_1 \mu_f) \cdot \Xi_0\} \dots (3),$$

$\Xi_0 = \epsilon_0 C_d A_2 / (2A_3) \cdot (U_d/u_*)^2 \dots (4)$ 、 k_1 : 実験定数、 k_1 : 揚力抗力比、 μ_f : 静止摩擦係数、 σ/ρ : 砂の比重、 ϵ_0 : 遮蔽係数、 C_d : 抗力係数、 A_2, A_3 : 砂の2, 3次元の形状係数、 U_d : 砂粒近傍の流速、 u_* : 摩擦速度である。十分大きい砂粒 Reynolds 数 $Re_* (\equiv u_* d/\nu)$ に対して Ξ_0 はほぼ一定になり、従って粗砂では F_0 、 τ_{*c} は一定値となる。河床近傍流速を与える高さを $y_d = 0.7d$ とし、Einstein 型の対数則型流速分布を用いると $U_d/u_* = \ln(30.1 \chi y_d)/\kappa$ となる。ただし、 χ は滑面・粗面の効果を表わすパラメータである。図-1, 2 は、式(2)~(4)を用いて $d_* (\equiv (\sigma/\rho - 1)gd^3/\nu^2)$ に対する τ_{*c} 、 F_0 の変化を示したものである。 Ξ_0 が十分大きいとき、 F_0 、 τ_{*c} が 0.03, 0.05 となるように、 $k_1 = 0.033$ 、 $\epsilon_0 = 0.8$ とした。また抗力係数は $C_d = 0.4 + 24 / \{(U_d/u_*) Re_*\}$ とした。図-3 は粒径の変化による p_{s*} の変化を示したもので、van Rijn の実験値が併示されている。粒径によって pick-up rate が大きく変化することが認められる。図-4 は、van Rijn の実験値に対する式(1)~(4)の対応を見たものであり、粒径の変化に伴う F_0 、 τ_{*c} の変化を考慮することにより、細砂に対しても式(1)は適用可能であると思われる。

3. transition rate について 掃流砂から浮遊砂への遷移を saltation 軌道からの乱れによる偏倚がある限界値より大きい場合と定義すると、その遷移現象は一種の不安定問題として扱うことができ、logistic 方程式にもとづいて、限界偏倚量、 p_t は解析的に与えられる⁴⁾。流砂モデルへの適用が容易なように、本研究では、同様の検討を、図-5 に示されている粒径に対して進め、その結果、次のような近似式を得た。

$$p_{t*} = p_t \sqrt{d/(\sigma/\rho - 1)g} = G_0 (w_0/u_*)^p \cdot \{1 - k_3 \cdot (w_0/u_*)_c / (w_0/u_*)\}^q \dots (5) \quad \text{ただし、} G_0 = 0.0175, \quad w_0:$$

砂粒の沈降速度、 $k_3 = 0.95$ 、 $p = 0.4$ 、 $q = 1.1$ 、 $(w_0/u_*)_c$: 遷移限界である。ところで、流砂の確率モデル¹⁾によると、平衡状態においては、 p_t は $p_t = (q_{se}/q_{be}) \cdot (u_g/\Lambda_s) \dots (6)$ のように表わされ、 p_t を間接的に評価することができる。Laursen⁵⁾ のまとめた結果を整理すると、 $d = 0.02$ cm 以下の粒子に対して、掃流・浮遊砂量比は $q_{se}/q_{be} = 0.383 \cdot (w_0/u_*)^{-2.11} \dots (7)$ として与えられる。saltation 粒子の不規則継続 simulation の結果より得られる単一 saltation の平均 saltation 長 $E[L_s]$ 、平均 saltation 時間 $E[T_s]$ の比を掃流砂の平均移動速度 u_g として考えると、 $u_g/u_* = 12.5 \tau_{*}^{1/6} \dots (8)$ が得られる。平均 excursion

length Λ_s が後述する式(9) によって与えられるものとして、粒径 $d=0.01(\text{cm})$ に対する p_{τ^*} を式(6) より求めた結果が図-5中の一点鎖線であり、式(5) と類似の傾向を示していることがわかる。

4. excursion lengthの確率特性 浮遊砂のexcursion lengthは掃流砂から遷移した後、再び掃流砂、あるいは河床粒子に戻るまでの距離として定義される。Lagrange的なシミュレーションによって検討された辻本ら⁶⁾の平均excursion lengthを著者は次のように近似している。 $\Lambda_s/h = [1.184(h/d)^{1/6} \cdot w_0/u_* + U_p/u_* \cdot y_T/h] \cdot u_* / w_0 \cdots (9)$ U_p : 出発高さ y_T での局所流速である。ところで、こうしたsimulation結果は用いる流速分布、乱れ強度分布、境界（水面・河床）条件の与え方によって異なる。図-6中の実線は、流速分布として対数則、乱れ強度を禰津による普遍関数表示式⁷⁾で与えた結果であり、式(9) と若干の差異が認められる。excursion lengthの基本的な特性を知るため、先ず、一様流速場、一様拡散場で、境界条件として水面を反射壁、河床を吸収壁とした場合の表示式の検討を行った。こうした場での浮遊粒子の運動、すなわちある高さ y_T を出発する粒子が河床に到達するまでの移動距離 L は確率変数であり、拡散方程式に従う。中川ら⁸⁾の方法を用いて、この拡散方程式より L の i 次モーメントを求めると次式が得られる。 $L_i(y_T) = 2i \int_0^h \int_0^\infty \pi(\xi) d\xi \int_0^\infty L_{i-1}(\xi) / \{2\epsilon_s \pi(\xi)\} d\xi \cdots (10)$, $\pi(\xi) = \exp\{-2 \int_0^\xi w_0/2\epsilon_s d\xi\} \cdots (11)$ ただし、 U : 流速、 ϵ_s : 拡散係数である。図-6, 7は、式(9), (10) とsimulation結果の比較を行ったものである。比較の出発点が高く、 w_0/u_* が大きい場合には、式(10)によって、excursion lengthの高次モーメントの関数形は概ね表わすことができるものと考えられる。

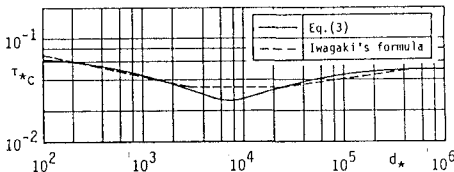


図-1 $\tau_{*c} \sim d_*$

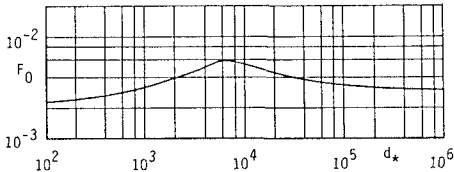


図-2 $F_0 \sim d_*$

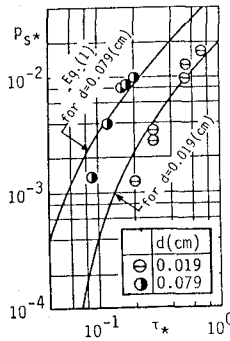


図-3 $p_{\tau^*} \sim \tau_*$

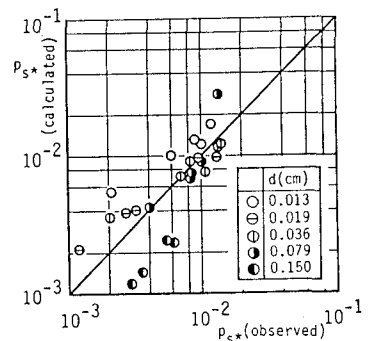


図-4 式(1)の検証

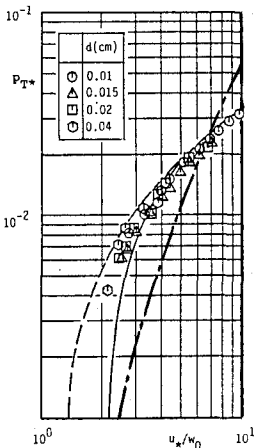


図-5 p_{τ^*} の近似式

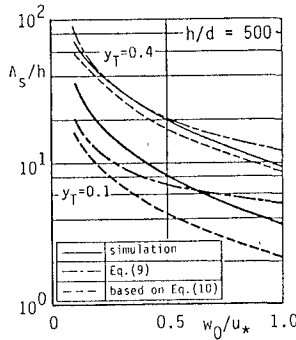


図-6 $\Lambda_s/h \sim w_0/u_*$

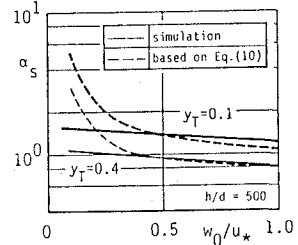


図-7 excursion length の変動係数 α_s

参考文献

- 1) 中川ら：第42回年講, 1987. 2) 中川ら：土論, 第244号, 1975. 3) van Rijn, C.L.: Proc. ASCE, Vol. 110, 1984. 4) 中川ら：第32回水講, 1988. 5) Laursen, E.M.: Proc. ASCE, Vol. 84, HY1, 1958. 6) Tsujimoto et al.: JHHE, JSCE, 1988. 7) 禰津：京大学位論文, 1977. 8) 中川ら：土論, No. 271, 1979.