

II-124 蛇行流路における流れの横断速度分布

立命館大学理工学部 正会員 小沢功一

東京大学工学部 正会員 玉井信行

1. まえがき 蛇行流路における流れの遷移過程を検討する方法の一つとして摂動法による解析がある。これまで摂動パラメータとして δ =水深/曲率半径を用いて、3次元のレイリス方程式を摂動展開して δ の1次のオーダーの解を数値的に求める¹⁾とか、 ε =流路の半幅/曲率半径をパラメータとして展開し、 ε の2次のオーダーの解まで求めることが行われている。

本研究においては、鉛直方向に平均した主流・2次流を用いた連続式、運動量方程式から、上記のパラメータ ε についての3次までの展開を行って、流速の縦横断方向についての分布形を求めた。

この解析結果を実験値と比較検討した。実験値としては新たな水路による結果とこれまでに得られているいろいろな平面的蛇行形状のもとでの結果とも比較している。また横断河床形についても平坦な場合、勾配のついている場合の双方の資料を用いて検討した。

2. 摂動法による流速の3次解 摂動展開に用いた基礎式は次のような連続式、運動量方程式である。

$$\frac{\partial h_t \bar{u}_s}{\partial s_a} + \frac{\partial h_t \bar{u}_n}{\partial n_a} + \frac{h_t \bar{u}_n}{r_a} = 0$$

$$\frac{\partial h_t \bar{u}_s^2}{\partial s_a} + \frac{\partial h_t \bar{u}_s \bar{u}_n}{\partial n_a} + 2 \frac{\partial h_t \bar{u}_s \bar{u}_n}{r_a} + g h_t \frac{\partial h_a}{\partial s_a} + g h_t \frac{\partial z_h}{\partial s_a} + \frac{\tau_{s0}}{\rho} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial h_t \bar{u}_s \bar{u}_n}{\partial s_a} + \frac{\partial h_t \bar{u}_n^2}{\partial n_a} + \frac{h_t (\bar{u}_n^2 - \bar{u}_s^2)}{r_a} + g h_t \frac{\partial h_a}{\partial n_a} + \frac{\tau_{n0}}{\rho} = 0 \quad (3)$$

これらの式を無次元化し、 $u=u_0+u_1 \cdot \varepsilon+u_2 \cdot \varepsilon^2+u_3 \cdot \varepsilon^3$ とし、 v, h_t も同様に展開して始めに u_0, v_0, h_0 の0次解を求め、ついで1次解、2次解と順次求めて行く。最終的に、主流の3次解 u_3 については流下方向の運動量方程式にそれまでに得られた式形を代入すると次のような微分方程式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_3}{\partial s} + c \cdot u_3 = & w_1 \cdot e^{-cs} \cdot \cos 2ks + w_2 \cdot e^{-cs} \cdot \sin 2ks + w_3 \cdot e^{-2cs} \cdot \cos ks + w_4 \cdot e^{-2cs} \cdot \sin ks \\ & + w_5 \cdot e^{-3cs} + w_6 \cdot e^{-(c+2)s} + w_7 \cdot e^{c(s0-2s)} + w_8 \cdot \sin ks + w_9 \cdot \sin 3ks + w_{10} \cdot \cos ks \\ & + w_{11} \cdot \cos 3ks + w_{12} \cdot e^{-c2s} \cdot \sin ks + w_{13} \cdot e^{c(s0-s)} \cdot \sin ks + w_{14} \cdot e^{c(s0-s)} \cdot \cos ks + w_{15} \\ & \cdot e^{-c2s} \cdot \cos ks + w_{16} \cdot e^{-cs} + w_{17} \cdot e^{-2cs} + w_{18} \cdot e^{-cs} \cdot \sin ks + w_{19} \cdot e^{-cs} \cdot \cos ks + w_{20} + w_{21} \\ & \cdot \cos 2ks + w_{22} \cdot \sin 2ks + w_{23} \cdot e^{FR3 \cdot s} \end{aligned} \quad (4)$$

ここに、 $k=2\pi R/L$ 、 R は最小曲率半径、 L は蛇行長、 $c=fR/H_0$ 、 f は摩擦損失係数、 H_0 は平均水深、 $s=s_0/R$ 、 s_0 は蛇行中心線の流下方向への座標、 s_a は s の上流端での値、 $w_1 \sim w_{23}$ は n の関数、 n は無次元の横断方向への座標、 $FR3=3 \cdot Fr^2/(Fr^2-1)$ 、 Fr はフルード数である。

式(4)を s について積分すれば u_3 が得られる。この場合の積分定数を決める境界条件としては上流端における横断方向への流速分布を仮定して決めている。

3. 実験結果と解析結果との比較 実験値としてはこれまでに得られている蛇行流路における3ケースの結果と新たに行った実験結果の計4ケースについて検討している。前者3ケースの水路は蛇行長、水路幅など様々な値をとっているが、いずれも円弧と直線との組合せからなる流路である。今回の実験水路はいわゆる蛇行流路曲線 $\theta = \theta_0 \sin ks$ に従う水路中心線を持ったものである。ここに、 θ_0 は最大偏角である。先の3ケースの水路も実際には蛇行流路曲線に極めて近い形状をしている。これらの水路およ

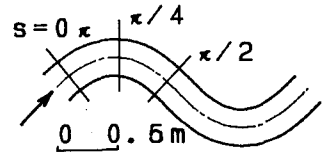


図-1 東京大学の水路

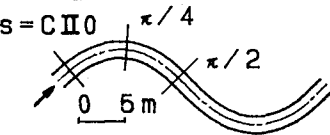


図-2 Iowa大学の水路

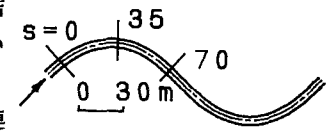


図-3 Delft大学の水路

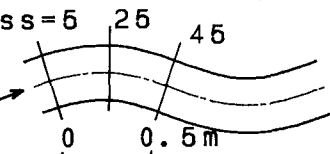


図-4 立命館大学の水路

び実験条件
についての
諸量は表-
1のよう
である。横断

表-1 水路等の諸元

(m)

	蛇行長	水路幅	偏角	平均水深	曲率半径	ε	F_r
東京大学	2.48	0.3	45	0.0293	0.504	0.298	0.44
Iowa大学	35.34	1.83	45	0.156	7.16	0.128	0.17
Delft大学	235	6	45	0.187	47.62	0.063	0.31
立命館大学	1.7	0.3	20	0.033	0.77	0.195	0.35

方向への河床形については東京大学、Iowa大学におけるものは平坦であり、Delft大学の場合は凹岸側へ最深部が偏っている実際の河川の蛇行部にみられるような形であり、立命館大学のものは平坦に近いが凹岸側へ多少深くなっている形をしている。

これらの水路における鉛直平均の主流速度の横断方向への分布が計算値と比較されている。その位置としては図-1~4に示されているように直線部から彎曲部への入口、彎曲部の中心、彎曲部からの出口に相当する3箇所についてそれぞれ検討している。図-5~8に示されているように河床が横断方向に平坦かそれに近い場合は彎曲部の凸岸側で流速が速くなっている。河床が凹岸側へ深くなっている場合には図-7(b)に見られるように逆に凹岸側が速い分布になっている。

これらの実験的に得られた結果と解析結果の3次解とは図-5~8にみられるようによく一致している。ここに3次解とは ε の3次までを考慮した解 $u = u_0 + u_1 \cdot \varepsilon + u_2 \cdot \varepsilon^2 + u_3 \cdot \varepsilon^3$ のことである。

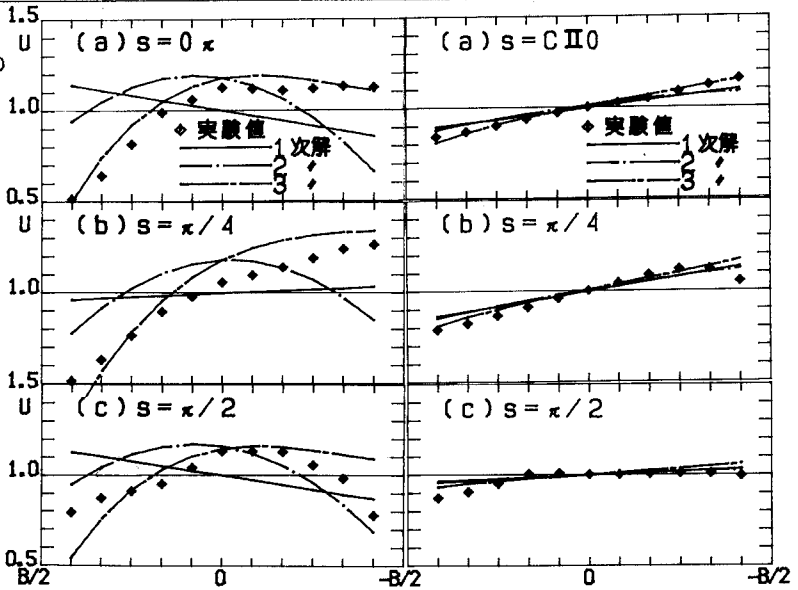


図-5 横断速度分布（東大）

図-6 横断速度分布（Iowa大）

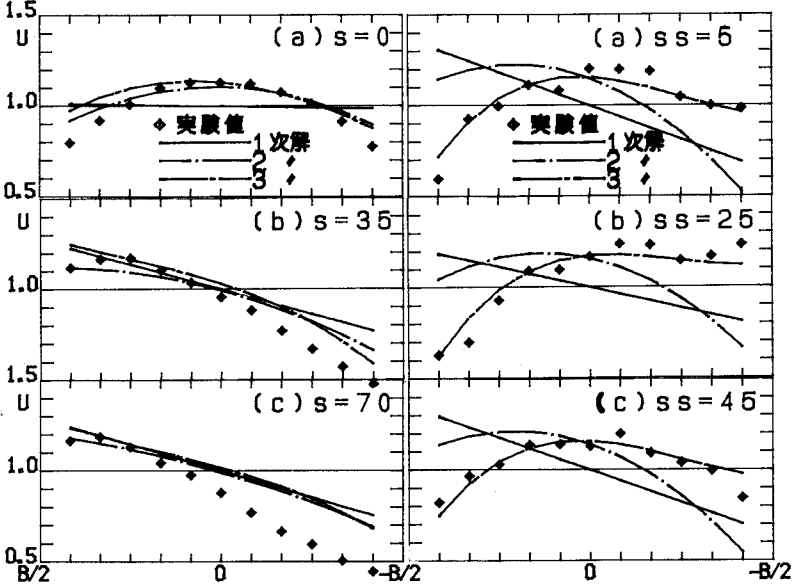


図-7 横断速度分布（Delft大）

図-8 横断速度分布（立命大）

4. あとがき 計算結果に関して1, 2, 3次解の相違はあまりない場合もある（図-6, 7）が逆にかなり異なっている場合もある（図-5, 8）。異なっている場合について実験値との対応を見てみると3次解が最も実験結果に近い値となっている。

参考文献 1) A mathematical model of steady flow in curved shallow channels