

II-121

河床波上の非平衡浮遊砂過程の数値シミュレーション

京都大学大学院 学生員 後藤 仁志
京都大学工学部 正 員 中川 博次
京都大学工学部 正 員 村上 正吾

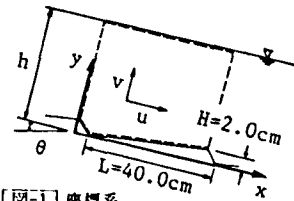
1. まえがき 浮遊砂は、掃流砂に比べて流れに敏感に反応するため、流れの構造の影響をより受け易く、浮遊砂の流送過程の正確な記述には、流れの構造の正確な把握が必要不可欠である。このような観点から、本報では、河床波上の流れの構造を $k-\epsilon$ 乱流モデルによるシミュレーションによって明かにし、その結果得られた流れ場中で、浮遊粒子を運動方程式に基づいてLagrange的に追跡し、浮遊粒子の鉛直方向の存在確率密度を単一粒子の運動軌跡の累積として求め、実験から得られた濃度分布と比較する。

2. 河床波上流れの数値シミュレーション 2次元河床波を対象とし、座標系は、図-1の様に設定する。基礎方程式は、連続式(1)、運動方程式(2),(3), k 方程式(4), ϵ 方程式(5)であり、運動方程式中の P' は静水圧分布からの偏差圧力である。モデル定数は、Launder-Spaldingによる推奨値（表-1）を用いる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} &= 0 \quad \dots\dots\dots(1) \\ U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} &= g \cdot \left(\sin \theta - \frac{\partial h}{\partial x} \cos \theta \right) - \frac{\partial (P')}{\partial x} \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial x}(-\overline{u^2}) + \frac{\partial}{\partial y}(-\overline{uv}) + \nu \nabla^2 U \quad \dots\dots\dots(2) \\ U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} &= - \frac{\partial (P')}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x}(-\overline{uv}) + \frac{\partial}{\partial y}(-\overline{v^2}) + \nu \nabla^2 V \quad (3) \\ U \frac{\partial k}{\partial x} + V \frac{\partial k}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial y} \right) + G - \epsilon \quad \dots\dots(4) \\ G &= \nu \cdot \left\{ 2 \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 \right\} + \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 : \nu = C_\mu k^2 / \epsilon \\ U \frac{\partial \epsilon}{\partial x} + V \frac{\partial \epsilon}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right) \\ &\quad + \frac{\epsilon}{k} (C_{1\epsilon} G - C_{2\epsilon} \epsilon) \quad \dots\dots(5) \end{aligned}$$

【表-1】モデル定数の推奨値

C_μ	$C_{1\epsilon}$	$C_{2\epsilon}$	σ_k	σ_ϵ
0.09	1.44	1.92	1.00	1.30



【図-1】座標系

境界条件については、次の様にする。(a)第1格子点で対数則を仮定して平均流速 U を与え、エネルギー平衡関係を仮定して k, ϵ を与える（壁面条件）。(b)水面を管路の中央軸と見立てて、 $y=h$ において軸対称条件で解いた後、自由水面の効果による乱れエネルギーの減衰を考慮した橋津・中川¹⁾の方法に従って解を修正する（水面条件）。(c)流入部では、先ず U, k, ϵ を適当に与えて収束させた後、2回目以降の繰返し計算では、前回の流出部における U, k, ϵ をそれぞれの流入部における境界条件として計算する（流入部の条件）。

【表-2】計算条件／計測条件

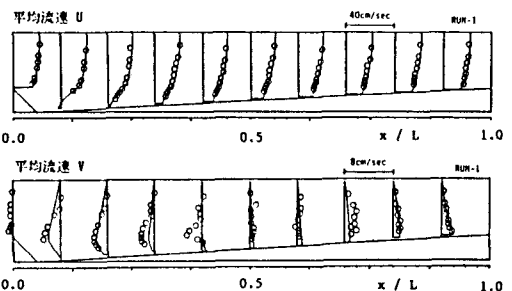
平均流速	17.138 cm/sec
乱れエネルギー勾配	0.00132
レイノルズ数	4.59×10^4

$$\begin{aligned} \overline{u_i u_j} &= k \left\{ \frac{2}{3} \delta_{ij} + \frac{(1-\alpha) \left(\frac{P_j}{\epsilon} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{P_i}{\epsilon} \right)}{c_1 + \frac{P_i}{\epsilon} - 1} \right\} \quad (6) \\ \alpha &= 0.754, c_1 = 1.5 \\ \sqrt{u'^2} &= 1.10 k, \quad \sqrt{v'^2} = 0.34 k \quad \dots\dots\dots(7) \end{aligned}$$

計算条件を、表-2に、計算結果と熱膜流速計による計測結果の比

較を図-2に示す。なお、乱れ強度は、乱れエネルギー k を再配分して評価しており、図中の細線は Rodi²⁾ の algebraic stress relation 式(6)を用いた場合であり、太線は 橋津³⁾による普遍関数表示の係数の比（式(7)）を用いた場合である。計算結果と計測値の間には、かなり良好な一致が見られ、河床波の上流れに対する $k-\epsilon$ モデルの有効性が、確認された。

3. 砂粒運動の数値シミュレーション 砂粒の運動方程式は、Tchen の式において Basset項を省略した式



とする。抗力係数は、Rubey形のものを用いる。

乱れ場は、先の $k-\epsilon$ モデルによる数値シミュレーションにより計算された平均流成分と変動成分を用いてモデル化される。先ず平均流成分については、粒子の存在位置での U, V を、線形補間により求める。変動成分については、粒子の存在位置での $\sqrt{u'^2}, \sqrt{v'^2}$ を、線形補間により求め、式 (8) の 1 次元マルコフ過程モデルによって計算する。式 (8) は、時刻 $t+\Delta t$ の変動成分が、時刻 t の変動成分に関する項とランダム成分 r_u, r_v の和で与えられることを示しており、 α_u, α_v はそれぞれ x, y 方向の Lagrange 的自己相関係数である。ランダム成分 r_u, r_v については、2 次元正規分布に従うものと仮定する。

計算の時間スケールについては、沈降速度と粒径による無次元パラメータ π_t （式 (9)）を用いて決定する。正弦波型の乱れに対して自然砂 ($\sigma/\rho=2.65, d=0.015\text{cm}$) が、粒径の 0.2 倍程度の応答を示す周期の逆数を Δt として π_t を求めると、 $\pi_t=0.47$ となる。この値と式 (9) を用いて、ABS 粒子 ($\sigma/\rho=1.03, d=0.128\text{cm}$) についての時間スケールを求めると、 $\Delta t_{\text{ABS}}=0.031\text{sec}$ となり、これを時間スケールとして用いることとした。ところで、ここで粒径の 0.2 倍程度の応答を基準値としたのは、粒子運動の追跡の詳細度が粒径より 1 オーダー低い程度の値で充分であると考えたためである。

$$\begin{aligned} u'(t+\Delta t) &= \alpha_u u'(t) + r_u \dots (8) \\ v'(t+\Delta t) &= \alpha_v v'(t) + r_v \dots (8) \end{aligned} \quad \pi_t = \Delta t \left[\frac{(\sigma/\rho - 1)g}{d} \right]^{1/2} \dots (9)$$

4. 河床波背面上の非平衡浮遊砂過程

次に、3. で示した方法で、河床波上の粒子の運動を追跡し、その累積として浮遊粒子の存在確率密度を評価して、実験結果と比較する。実験は、表-3の条件で、ABS粒子を用いて行われ、ビデオ解析によって濃度分布が調べられた。計算では、上流側クレストでの濃度分布を、指数型分布を用いて実験値と適合するように与え、クレストの水深の1/20の間隔で高さ方向に配置された出発点から、砂粒の運動を追跡し、各断面を通過する毎にその位置を配列に記録する。追跡は砂粒が河床に到達するまで続けられる。浮遊砂への遷移については、濃度分布が十分に発達した状態では、掃流砂から浮遊砂への遷移と浮遊砂から掃流砂への復帰が平衡していると考えられるので、予め河床に到達した粒子の個数をカウントしておき、遷移強度で重み付けして各出発点に配分し、運動軌跡を追跡した。なお、遷移強度については、河床波背面上での掃流力の分布を考慮して、中川ら⁴⁾の算定法により遷移確率密度を算定し、これと遷移強度とが相似であるとして与えた。このようにして各断面で浮遊粒子の存在確率密度を求め、実験による浮遊砂の濃度分布と比較したのが、図-3である。上流側のクレストから再付着点付近にかけて濃度重心が流下方向に徐々に低下するが、再付着点より下流では、河床波背面上を流下するにつれて、掃流砂からの遷移による浮遊砂の生成と上昇流の作用によって濃度重心が徐々に上昇し、 $x/L=0.58$ （第7断面）付近で発達過程はほぼ終了し、

それより下流側では比較的变化が緩やかで、ほぼ一定の分布形となることが、図-3から分かる。計算結果の実験との対応は、概ね良好であり、シミュレーションの有効性が確認された。

参考文献 1) 楠津・中川: 京大防災研年報, 1986. 2) Rodi, W., A new algebraic relation for calculating the Reynolds stresses, ZAMM 56, 1976. 3) 楠津: 京都大学学位論文, 1977. 4) 中川・辻本・村上・後藤: 第32回水論, 1988.

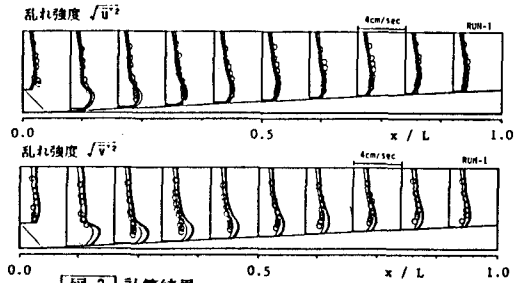


図-2 計算結果

表-3 実験条件

平均流速	12.067 cm/sec
モデル勾配	0.001
ラベル数	0.01
レイフル数	3.60×10^4

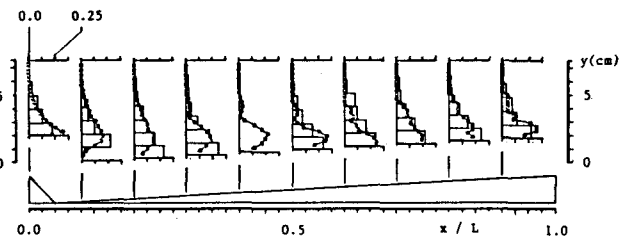


図-3 浮遊砂濃度分布