

II-109

土石流の構成則と濃度分布

京都大学防災研究所 正員 江頭 進治
 京都大学防災研究所 正員 芦田 和男
 京都大学大学院 学生員 高濱 淳一郎
 京都大学大学院 学生員 矢島 啓

1. まえがき 土石流や粒子流は、Bagnold以来、各方面において活発に研究されている。しかし、殆どの研究に力学的に不合理な面がみられる。本研究では、等流状態におけるの土石流のせん断力や圧力の構造を議論し、これらに基づいて流速分布や濃度分布則を導く

2. 基礎式 図-1のような2次元等流、非圧縮性の混合物(水と個体粒子)を考えれば、運動量式は

$$g \sin \theta + \frac{1}{\rho_m} \frac{d\tau}{dz} = 0 \quad (1) \quad g \cos \theta + \frac{1}{\rho_m} \frac{dp}{dz} = 0 \quad (2)$$

ここに、 ρ_m は混合物の密度で $\rho_m = \rho \{(\sigma/\rho - 1)c + 1\}$ 、 c は粒子体積濃度、 ρ は水および粒子の密度である。

せん断力 τ は、エネルギー散逸関数 Φ より求められる。 Φ として粒子骨格によるもの Φ_y 、粒子の非弾性衝突によるもの Φ_g 、および間隙水の乱れによるもの Φ_r を考える。 Φ_y は、粒子が骨格力 $p_s \tan \phi$ の場合において、粒子が単位時間に下方粒子を乗り越える回数によって定まるものとして、

$$\Phi_y = p_s \tan \phi (du/dz) \quad (3)$$

ここに、 ϕ は内部摩擦角である。 Φ_g は、非弾性衝突による散逸を考えた宮本¹⁾の研究によれば、

$$\Phi_g = k_g \sigma d^2 (1 - e^2) c^{1/3} (du/dz)^3 \quad (4)$$

ここに、 $k_g \approx 0.0828$ 、 e は反発係数、 d は粒子径である。 Φ_r は、間隙水の乱れの散逸 $1/2 \rho (u'^2 + w'^2)/T$ として、局所等方性と混合距離(粒子間隙スケール)を用い、単位体積中の水の量 $(1-c)$ を考慮すれば、²⁾

$$\Phi_r = k_r \rho d^2 \{(1-c)^{5/3}/c^{3/2}\} (du/dz)^3 \quad (5)$$

$\tau = \partial \Phi_y / \partial u_z + 1/3 \cdot (\partial \Phi_g / \partial u_z + \partial \Phi_r / \partial u_z)$ 、 $(u_z = du/dz)$ より

$$\tau = p_s \tan \phi + k_r \rho d^2 \left\{ \frac{(1-c)^{5/3}}{c^{3/2}} + \frac{k_g}{k_r} \frac{\sigma}{\rho} (1 - e^2) c^{1/3} \right\} \left(\frac{du}{dz} \right)^2 \quad (6)$$

右辺第1項は、yield stressであって、土石流の停止・堆積現象を支配する。

圧力は間隙水の圧力 p_w 、骨格力 p_s および粒子衝突力 p_d (保存されるエネルギー)からなるものとする。

$p_d/p_s = \alpha$ とすれば

$$\frac{dp_s}{dz} = -\rho (\sigma/\rho - 1) \frac{c}{1 + \alpha} g \cos \theta \quad (7)$$

さらに、 p_d に宮本の研究を適用すれば次式を得る。

$$\frac{dp}{dz} = \frac{dp_w}{dz} + \frac{dp_s}{dz} + \frac{dp_d}{dz} = -\rho g \cos \theta \left\{ 1 + \frac{(\sigma/\rho - 1)}{1 + \alpha} c \right\} + k_g \sigma d^2 c^2 \frac{d}{dz} \left\{ c^{1/3} \left(\frac{du}{dz} \right)^2 \right\} \quad (8)$$

3. 流速・濃度の垂直分布 式(7)を式(6)の第1項に代入し、これを式(1)に代入すれば、流速の垂直分布式は次式のように表わされる。

$$\frac{du'}{dz'} = \frac{h}{d} \left\{ \frac{1}{f_f + f_g} \int_0^1 (G - Y) dz' \right\}^{1/2}, \quad (G - Y > 0) \quad (9)$$

ここに、 $f_f = k_f (1-c)^{5/3}/d^{2/3}$ 、 $f_g = k_g \sigma/\rho (1 - e^2) c^{1/3}$ 、 $G = \{(\sigma/\rho - 1)c + 1\} \sin \theta$

$Y = (\sigma/\rho - 1) c \cos \theta \tan \phi / (1 + \alpha)$ 、 $u' = u/\sqrt{gh}$ 、 $z' = z/h$

上式は、 $c = \text{const}$ のときには容易に解けて従来の3/2乗則が得られる。

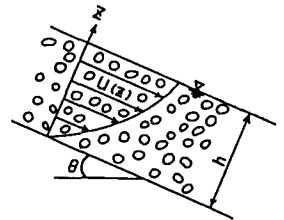


図-1

$$u' = \frac{2}{3} K \{1 - (1 - z')^{3/2}\} \quad (10)$$

ここに、 $K = \{(G - Y)/(f\tau + f_g)\}^{1/2} (h/d)$ である。上式は流速分布に関する第1次近似解である。

ついで、式(8)を式(2)に代入して若干の変形を行なえば、濃度の垂直分布は次のように導かれる。

$$\frac{dc}{dz'} = \frac{f_{n2}(c)}{a_1 f_{n1}(c)} \frac{1}{(du'/dz')^2} \quad (11)$$

ここに、

$$f_{n1}(c) = \left\{ \frac{(1-c)}{c} \right\}^{5/3} + \frac{3}{5} \left\{ \frac{(1-c)}{c} \right\}^{2/3}$$

$$f_{n2}(c) = G - Y - a_2 (1-c)^{5/3} - a_3 c, \quad a_1 = k_f \frac{u_m^2}{g h} \left(\frac{h}{d} \right)^2$$

$$a_2 = \frac{k_f}{k_g} \frac{\alpha}{1+\alpha} \frac{\sigma/\rho - 1}{\sigma/\rho} \frac{1}{e^2} \cos \theta, \quad a_3 = \frac{\alpha}{1+\alpha} \frac{(g-1)}{\rho} \frac{1-e^2}{e^2} \cos \theta$$

U_m は表面流速

式(9)、(11)によれば、土石流の流速分布と濃度分布は、互いに影響を及ぼし合っていることがわかる。ところで、ある限られた条件において、流速分布は式(10)によってかなりよく近似されることが知られており、このような条件のもとで濃度分布がどのようなものかを調べておくことは意味のあることである。このとき、濃度の垂直分布は次式で与えられる。

$$z' = 1 - \exp \left[\frac{9}{4} a_1 \int_{c_0}^c \frac{f_{n1}(c)}{f_{n2}(c)} dc \right] \quad (12)$$

ここに、 c_0 は $z=0$ における濃度である。式(12)は濃度分布に関する第1次近似解である。これを支配しているパラメータをみると、土石流の濃度分布は、主として σ/ρ 、 θ 、 ϕ 、および e に依存していることが分かる。

4. 第1次近似解の性質 式(12)による濃度分布が、上述のパラメータによってどのように変化するか調べてみる。計算に必要なパラメータは、 $\alpha=0.25$ 、($\alpha \approx \tan \phi_s / \tan \phi_k - 1$)、 $\sqrt{k_f}=0.5$ 、 $\sqrt{k_g}=0.288$ とする。

図-2、3、4、5は、 σ/ρ 、 θ 、 ϕ 、 e によって濃度の垂直分布がどのように変わるか調べたものである。これらによれば、 $\sigma/\rho \rightarrow$ 小、 $\theta \rightarrow$ 大、 $e \rightarrow$ 大になれば、濃度は次第に一様化することがわかる。このような傾向は、力学的には $\text{yield stress}(\tau_y)$

と流れの抵抗($\tau_r + \tau_g$)との比に依存するものであり、 $\tau_y/(\tau_r + \tau_g)$ が小さくなるに伴い、濃度は一様化するものと解釈できる。ある条件を越えると、上向きに濃度が増加するような傾向もみられる。現状ではこれについての解釈は十分にできないが、粒子衝突に伴うエネルギー散逸には限界があって、与えられたエネルギーを散逸するためには、速度勾配の大きい水路底面近傍における間隙流体の乱れスケール（間隙スケール）が大きくなる（濃度が減少する）必要があるためか、あるいは、粒子の流れを層流として取り扱うことの限界であるのか分からない。もし、後者であれば、この条件は土石流全体が乱流になる限界に相当する。

5. おわりに 水および固体粒子によるエネルギー散逸を考えて、土石流の流れの構造を議論した。今後、これをさらに進展させるとともに、これをもとに掃流砂と土石流との遷移現象について検討したい。

参考文献 1) 宮本 邦明：Newton流体を含む粒子流の流動機構に関する研究、立命館大学学位論文、1985、39-72 2) 江頭 進治・芦田 和男・佐々木 浩：土石流の流動機構、32回水理講演会論文集、1988、485-490

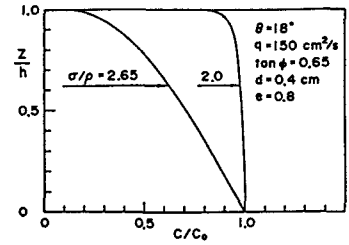


図-2

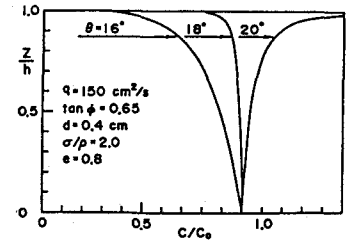


図-3

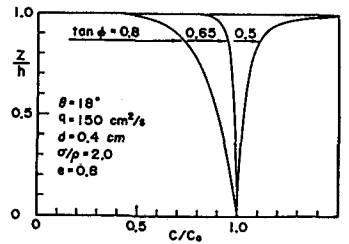


図-4

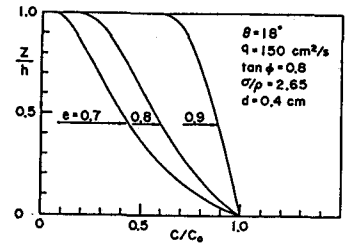


図-5