

福井大学工学部 正員 福原輝幸
 埼玉大学工学部 正員 佐藤邦明

1. まえがき

筆者らは今までに乾燥過程における熱、水分および容質の移動に関して系統的に実験を行ってきた。特に定常蒸発下ではDeVriesによるモデルの蒸発率(単位時間、単位体積当りに液状水から水蒸気への相変化の割合)にニュートンの冷却則と同じ表現を組み入れることで温度分布が解析的に求められ、温度分布に及ぼす大きな要因は熱伝導と潜熱であることが判った。

本研究では筆者等のモデルとDeVries¹⁾が提案したモデルをそのまま使用し、定常条件のもとで解析解を導き、温度分布をもとに両モデルの適用性を検討したので、その結果を報告する。

2. 熱移動の基礎方程式とその解析解

DeVriesによる熱移動の鉛直一次元基礎方程式は次式で与えられる。

$$C \partial T / \partial t = \partial (\lambda \partial T / \partial z) / \partial z - (c_l q_l + c_v q_v) \partial T / \partial z - \rho_l L E \quad (1)$$

ここに、 c :単位体積熱容量、 λ :熱伝導率、 c_l :液状水の比熱、 c_v :水蒸気の比熱、 q_l :液状水のフラックス密度、 q_v :水蒸気のフラックス密度、 L :蒸発の潜熱、 E :蒸発率、 ρ_l :液状水密度、 T :温度、 z :鉛直方向座標。

式(1)において時間項、 $\partial T / \partial t = 0$ とすると

$$\kappa d^2 T / dz^2 - (c_l q_l + c_v q_v) / C \partial T / \partial z + \rho_l L E / C = 0 \quad (2)$$

となる。ここに、 $\kappa = (\lambda / C)$:温度伝導率。ただし、 κ は一定としている。この仮定は λ および C が体積含水率 θ と共に減少するために事実と矛盾したものではなく、実際にEXP.6とEXP.7では地表面と底面での κ の値は10%程度の違いである。毛管帯内では相対湿度に大きな差異がないので、蒸発率 E は温度の関数と考えられる。そこでニュートンの冷却則と同じような表現でもって E を次のように

$$E = k_1 (T - T_i) \quad (3)$$

と仮定する。ここに、 T_i :初期温度、 k_1 :定数。式(3)を式(2)に代入すると、式(3)は

$$\kappa d^2 T / dz^2 - \alpha dT / dz - \beta (T - T_i) = 0 \quad (4)$$

となる。ここに、

$$\alpha = (c_l q_l + c_v q_v) / C = c_l \rho_l W / C, \quad \beta = L \rho_l k_1 / C \quad (5)$$

式(5)の α は顕熱に関係する係数であり、液状水のフラックス密度は定常蒸発のために地表での蒸発速度 W と ρ_l の積に等しいと近似する。このとき、本モデルの一般解は次のように表現される。

$$T(z) = C_1 e^{\xi z} + C_2 e^{\zeta z} + T_i \quad (6)$$

ここに、 $\zeta = (\alpha + \sqrt{\alpha^2 + 4\kappa\beta}) / 2\kappa$, $\xi = (\alpha - \sqrt{\alpha^2 + 4\kappa\beta}) / 2\kappa$ 。 (7)

式(6)の中の積分定数 C_1 と C_2 は図-1に示すような地表温度条件、 $z=0$: $T=T_s$ と底部温度条件、 $z=-l$: $T=T_b$ の境界条件より、次のように与えられる。

$$C_1 = ((T_s - T_i)e^{-\beta l} + (T_i - T_b)) / (e^{-\beta l} - e^{-\xi l}), \quad C_2 = ((T_i - T_s)e^{-\beta l} + (T_b - T_i)) / (e^{-\beta l} - e^{-\xi l}) \quad (8)$$

DeVriesは E を算出するために式(1)をさらに展開して次式を導いた。

$$C \partial T / \partial t = \partial (\lambda' \partial T / \partial z) / \partial z + L \rho_l \partial (D \theta v \partial \theta / \partial z) / \partial z - (c_l q_l + c_v q_v) \partial T / \partial z \quad (9)$$

ここに、 $\lambda' = \lambda + L \rho_l D T v$ であり、 $D T v$:温度水蒸気拡散係数、 $D \theta v$:温度水蒸気拡散係。式(9)の右辺第2項が潜熱項を表現している。式(9)は θ の鉛直分布 $\theta(z)$ が微分可能でないと解析解は得がたい。実験結果に基づけば、 $\theta(z)$ は図-2に示すごとく次式の関数によって近似できる。

$$\theta = m_1 + m_2 e^{\gamma z} \tag{10}$$

式(10)を式(9)に代入し、 $\partial T / \partial t = 0$ とおくと次式を得る。

$$d^2 T / dz^2 - F dT / dz - H e^{\gamma z} = 0 \tag{11}$$

ここに、

$$F = c \ell \rho \ell W / \kappa C, \quad H = -D \theta v L \gamma^2 m_2 / \kappa C, \quad \kappa = \lambda / C. \tag{12}$$

$\bar{\gamma}$ は平均値($z=0$ と $z=-l$ での算術平均)を意味する。式(11)の一般解は次のようになる。

$$T = S_1 + S_2 e^{Fz} + H e^{\gamma z} / Rc \tag{13}$$

ここに、 $Rc = \alpha^2 - F \gamma$ 。上述した境界条件を再び式(13)に適用すると、積分定数 S_1 と S_2 が求まる。

$$S_1 = \{T_b - T_s e^{-Fl} + H/Rc(e^{-Fl} - e^{-\gamma l})\} / (1 - e^{-Fl}),$$

$$S_2 = \{(T_s - T_b) - H/Rc(1 - e^{-\gamma l})\} / (1 - e^{-Fl}). \tag{14}$$

3. 解析結果と実験結果との比較、検討

実験方法は文献(2)に詳述しているのでここでは割愛する。実験で得られた温度分布を図-3に、解析結果(式(6)と式(13))と実験結果の比較を表-1にそれぞれ示す。図中の実線は本モデル(式(6))で計算された温度分布を示す。なお同表には潜熱を無視したとき、すなわち式(2)の第3項を消去した場合の解析解も載せている。両解析結果とも顕熱を無視すると計算値は実験値よりも大きくなる。本モデルは実験値を良好に再現しているが、DeVriesモデルでは、それでもなお実験値よりも値は大きい。式(1)中の潜熱項以外の物理量は精度良く決定できるから、計算値と実験値の違いは顕熱効果が過小に評価されているためと考えられる。ちなみに、最も大きな $D \theta v$ の値(地表での値)を用いて計算しても、 $D \theta v$ 自身が他の物理量に比べて十分小さいために結果は表-1に示す値と殆ど変わらない。実際に、筆者等は乾燥過程の非定常な熱と水分移動にDeVriesモデルを適用すると、時間の経過と共に温度分布は実験値よりも大きくなることを確認している。このために現在、モデルの検討および非線形性の強い偏微分方程式の解法に改良を加えており、結果については今後発表の予定である。

[参考文献] (1)DeVries:Trans,A.G.U.,Vol.39,1958 (2)Sato&Fukuhara:APD-IAHR,KYOTO,1988

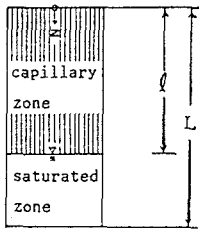


図-1 境界条件

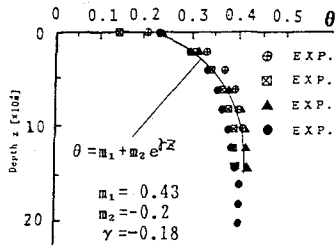


図-2 水分分布とその近似(EXP.6の場合)

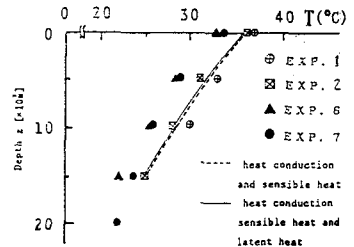


図-3 本モデルによる解析値と実験結果の比較(EXP.2の場合)

表-1 温度分布の解析値と実験値の比較

z (cm)	present model	model after DeVries	conduction + sensible	experimental result (°C)	z (cm)	present model	model after DeVries	conduction + sensible	experimental result (°C)
15.0	32.70	32.70	32.70	32.7	20.0	33.70	33.80	33.80	32.8
14.0	31.59	31.97	32.00		18.0	31.70	32.56	32.61	
13.0	30.56	31.25	31.31		16.0	29.90	31.33	31.43	
12.0	29.60	30.54	30.62		15.0	29.09	30.73	30.84	
11.0	28.72	29.83	29.92		14.0	28.34	30.12	30.25	
10.0	27.90	29.12	29.23	12.0	27.01	28.93	29.08	29.0	
9.0	27.14	28.42	28.54	11.0	26.41	28.34	28.49		
8.0	26.44	27.73	27.86	10.0	25.86	27.76	27.91		25.6
7.0	25.79	27.05	27.17	9.0	25.34	27.17	27.32		
6.0	25.19	26.37	26.48	8.0	24.86	26.59	26.74		
5.0	24.63	25.69	25.80	7.0	24.42	26.02	26.15	23.7	
4.0	24.11	25.02	25.12	5.0	23.63	24.88	24.99		
3.0	23.63	24.36	24.44	4.0	23.28	24.32	24.41		
2.0	23.19	23.70	23.76	3.0	22.95	23.76	23.83		
1.0	22.78	23.05	23.08	2.0	22.64	23.20	23.25		
0.0	22.40	22.40	22.40	0.0	22.10	22.10	22.10	22.10	

(a) EXP. 6の場合

(b) EXP. 7の場合

($k_1 = 1 \times 10^{-7}$)