II-77　2変数最大エントロピー分布の月降水量への適用

信州大学工学部　正会員　寒川典昭
〃　〃　荒木正夫
玉野総合コンサルタント(株)　〃　清水克彦

1．はじめに

情報の与え方は，２変数の場合もまた，最大エントロピー分布のデータへの適合度を支配する重要な要因である．我々は，昨年来，治水計画への適用として，千曲川流域の合流河川問題を対象にし，優れた情報の与え方を種々検討してきた．その結果，２Ｍ（x, $\exp(-4x/M_x)$, y^3, $\exp(-y/M_y)$, xy）の情報の与え方が最適と判断した．[1]　本稿では，利水計画への適用として，渇水に対処するための分水（流域間導水）問題を対象とし，月降水量に適した情報の与え方を探索しようとするものである．

2．理論式

２ＭＥＤの一般式は，密度関数が具備すべき条件と任意関数$g_r(\cdot)$の期待値を制約条件とすると，

$$p(x,y) = \exp\{-\lambda_0 - \sum_{r=1}^{N} \lambda_r g_r(x,y)\} \qquad (1)$$

と書ける．ここに，$\lambda_r(r=1,2,\cdots,N)$はパラメータであり，$\lambda_0$は$\lambda_r$に依存して決定される．従って，パラメータ数はＮ個である．いま，上式を２Ｍ（$g_1(\cdot), g_2(\cdot), \cdots, g_N(\cdot)$）（N:パラメータ数)と略記する．

3．実データへの適用

今回用いたデータは，長野，東京，名古屋の明治24年から昭和57年までの92個の8月降水量であり，これらを（ａ）長野－名古屋，（ｂ）長野－東京，（ｃ）名古屋－東京，と組み合せ，それぞれ確率変数ｘ，ｙとし２ＭＥＤを求めた．また，ここで用いた情報は，２変数でも極値水文量に適していた統計モーメントに指数関数情報を加えたもの，及び統計モーメントのみのものである．さらに，文献１）よりパラメータ数を増加させることによるＡＩＣの改善がみられなかったため，それを5個に固定した．なお，指数関数情報を加えた２ＭＥＤは２Ｍ（x^a, $\exp(-bx/M_x)$, y^c, $\exp(-dy/M_y)$, xy）のａ，ｂ，ｃ，ｄを最大4とする256パターンでパラメータ同定を行った．

3．1　分布形の全体的な適合度の検討

ここでは，分布形の全体的な適合度をＬＬ，ＡＩＣにより検討する．指数関数情報を加えた２ＭＥＤは，（ａ）では179パターン，（ｂ）では177パターン，（ｃ）では155パターンでパラメータ同定ができた．また，統計モーメントのみで情報を与えた２Ｍ（x, x^2, y, y^2, xy）は，（ａ）では39位，（ｂ）では78位，（ｃ）では12位となっている．表－１は，上位5パターンの分布と，統計モーメントのみの分布のＬＬ，ＡＩＣの値である．これより，すべての場合でａ，ｃは２次で，ｂ，ｄは高次で情報を与えた方が良いと判断できる．

3．2　分布形の左裾部分の検討

ここでは，利水計画上重要な左裾部分の検討を，ある設定値を超過しないリターンピリオドの安定性を見ることにより行う．また，３．１の（ａ），（ｂ），（ｃ）すべての場合で上位にきた分布が同じであったため，１例として長野－東京の場合に限って考察をする．設定値は，３．１でＬＬ，ＡＩＣ１位の分布でリターンピリオド100年となる①ｘ，ｙの平均の1/3.198倍，及び50年となる②1/2.613倍の値である．用いた分布は，ＬＬ，ＡＩＣ１位の分布と，１変数の場合から左裾に尾を引くことが類推される統計モーメントのみで情報を与えた分布である．表－２は採用した分布と計算結果である．これより，①の場合でリターンピリオドの平均値と変動係数は，指数関数情報を加えた方が100年，0.055であるのに対し，統計モーメントのみの方は53年，0.038であり，後者の方が左裾に尾を引き安定していることがわかる．また，②の場合からも同

様な傾向がうかがわれる．以上，左裾の検討からは2M（x,x^2,y,y^2,xy）が優れていると判断できる．

表－1　LL，AIC

（a）長野－名古屋

順位	p（x，y）				LL	AIC
	2M（x^a,exp(-bx/M_x),y^c,exp(-dy/M_y),xy）					
	a	b	c	d		
1	2	4	2	4	-1030.113	2070.226
2	2	3	2	4	-1030.232	2070.464
3	2	4	2	3	-1030.234	2070.468
4	2	3	2	3	-1030.353	2070.707
5	2	4	2	2	-1030.393	2070.785
39	2M（x,x^2,y,y^2,xy）				-1032.492	2074.983

（b）長野－東京

順位	p（x，y）				LL	AIC
	2M（x^a,exp(-bx/M_x),y^c,exp(-dy/M_y),xy）					
	a	b	c	d		
1	2	4	2	4	-1027.005	2064.010
2	2	3	2	4	-1027.078	2064.155
3	2	4	2	3	-1027.228	2064.456
4	2	3	2	3	-1027.302	2064.604
5	2	4	2	2	-1027.380	2064.761
78	2M（x,x^2,y,y^2,xy）				-1029.372	2068.744

（c）名古屋－東京

順位	p（x，y）				LL	AIC
	2M（x^a,exp(-bx/M_x),y^c,exp(-dy/M_y),xy）					
	a	b	c	d		
1	2	4	2	4	-1083.755	2177.510
2	2	3	2	4	-1083.874	2177.748
3	2	4	2	3	-1083.920	2177.839
4	2	4	2	2	-1084.018	2178.036
5	2	3	2	3	-1084.039	2178.077
12	2M（x,x^2,y,y^2,xy）				-1084.650	2179.300

表－2　リターンピリオドの安定性

p（x，y）	LL	AIC	①：設定値 平均×1/3.198		②：設定値 平均×1/2.613	
			平均	変動係数	平均	変動係数
2M（x^2,exp(-4x/M_x),y^2,exp(-4y/M_y),xy）	-1027.005	2064.010	100	0.054887	50	0.436865
2M（x,x^2,y,y^2,xy）	-1029.372	2068.744	53	0.037538	32	0.340216

4．おわりに

本稿は，2MEDを初めて量の小さい方を対象とする場合に適用したものである．その結果，ここで用いたデータセットに対しては，一応分布形の全体的な適合度が比較的上位にランクされ，利水計画上重要な左裾部分が安定していることより，2M（x,x^2,y,y^2,xy）の情報の与え方が適していると言えよう．今後，多くのデータセットへの適用を試みることにより，水文量のもつ特性と優れた情報の与え方との関係を明らかにしていきたい．なお，計算等で，住友建設（株）滝本信春君（研究当時信州大学工学部生）の協力を得た．記して謝意を表する．

1）清水・寒川・荒木・滝本：指数関数を情報に加えた２変数最大エントロピー分布(その２)，土木学会中部支部昭和63年度研究発表会講演概要集，Ⅱ-２，PP.168-169，1989年3月．