

II-52

流出予測の精度からみた降雨・流量観測システムの設計に関する基礎的検討

京都大学工学部 正員 堀 智晴・高棹琢馬・椎葉充晴
東急不動産 永川尚文

1. 緒言 本研究は、降雨・流量の観測結果が流出予測等を通じて洪水管理の際の意志決定のための情報として多用されつつある現状を踏まえ、流域下流端での流量予測精度を評価規準として降雨・流量観測システムを設計する方法を考察するものである。具体的には、流域内に設けるべき降雨観測所の数 I とその位置 x_i ($i=1, \dots, I$)および降雨観測時間間隔 Δt_r 、流量観測所の数 M と位置 y_m ($m=0, \dots, M$ 、ただし 0 は流域下流端を $1 \sim M$ は流域内部を表す)および流量の観測時間間隔 Δt_q を決定する問題を考える。

2. 流域下流端流量の予測精度と降雨・流量観測の効果 まず、降雨および流量の観測が流域末端での流量予測精度(誤差分散)に与える効果を算定するため次の仮定をおく。

①時刻 0 以前には雨は降っていない、すなわち、 $\zeta(t, x) = 0, t < 0, x \in A$ 。ただし、 $\zeta(t, x)$ は時刻 t 、地点 x における降雨強度、 A は流域を表す。

②時刻 $t > 0$ における降雨強度の期待値 $E[\zeta(t, x)]$ および共分散 $Cov[\zeta(t_1, x_1), \zeta(t_2, x_2)]$ は既知である。

③降雨は時間間隔 Δt_r で観測され、次式により時刻 $k \cdot \Delta t_r$ の観測地点 x_i ($i=1, \dots, I$)における観測値 $z_i(k \cdot \Delta t_r)$ が得られる(i は降雨観測所の位置を表し、 k は自然数である)。

$$z_i(k \cdot \Delta t_r) = \int_{(k-1) \cdot \Delta t_r}^{k \cdot \Delta t_r} \zeta(t, x) dt \quad \dots (1)$$

④時刻 t での地点 y_m ($m=0, \dots, M$)の流量 $q_m(t)$ は、 x に依存する既知関数 $h_m(t, x)$ ($t < 0$ では $h_m(t, x) = 0$)を用いて

$$q_m(t) = \int_{-\infty}^t \int_A \zeta(\tau, x) \cdot h_m(t - \tau, x) dx d\tau \quad \dots (2)$$

で与えられる。もちろん実際の流出現象は線形でないから、ここでの議論は何らかの線形化手法を用いた近似を前提にしたものである。線形化により全ての時刻における流域下流端流量の推定誤差分散をオフラインで(即ち観測値の実現系列を用いることなく)計算できるため、設計問題の取扱いに適した形となる。

⑤流量は時間間隔 Δt_q で観測され、時刻 $l \cdot \Delta t_q$ (l は自然数)、地点 y_m の流量観測値 $q_m(l \cdot \Delta t_q)$ は(2)で与えられる。

観測値が③および⑤の形で時々刻々与えられるとき、確率ベクトル場のKalman Filter理論を用いて流域下流端流量 $q_0(t)$ を線形最小2乗推定し、推定誤差分散を用いて観測システムを評価する。本研究では降雨から流出量への応答関係として線形式を仮定しているから、直接 $q_0(t)$ を推定する代わりに $\zeta(t, x)$ を推定し、これを(2)式に代入して流量の推定値 $q_0(t)$ を求めてもよい。

そこで、降雨強度 $\zeta(t, x), -\infty < t < \infty, t \in A$ を状態量とし、 $\zeta(t, x)$ を(1), (2)式で観測していると考える。

以上の仮定から(1)式により時刻 s に降雨観測値 $z_i(s)$ が得られたとき、降雨強度の推定値とその共分散は表1の(a), (c)式で求められる((a), (c)式中の k は(b)式を解いて得られる)。同様に時刻 s に(3)式により流量観測値 $q_m(s)$ が得られたとき、観測値を用いた降雨強度の推定値と共分散は表1の(e), (f)式によって求め

表1 降雨観測・流量観測とその処理

(1) 降雨観測とその処理

$$\hat{\zeta}(t, x) = \hat{\zeta}_0(t, x) + \sum_{i=1}^I k_i(t, x) \cdot (z_i(k \cdot \Delta t_r) - \int_{s-\Delta t_r}^s \hat{\zeta}_0(\tau, x) d\tau) \quad \dots (a)$$

$$\sum_{i=1}^I k_i(t, x) \left[\int_{s-\Delta t_r}^s d\tau_1 \int_{s-\Delta t_r}^s d\tau_2 R_0(\tau_1, x_1, \tau_2, x_2) \right] = \int_{s-\Delta t_r}^s R_0(t, x, \tau, x_i) d\tau \quad \dots (b) \quad (j=1, \dots, I)$$

$$R(t_1, x_1, t_2, x_2) = R_0(t_1, x_1, t_2, x_2) - \sum_{i=1}^N k_i(t_1, x_1) \int_{s-\Delta t_r}^s R_0(\tau, x_i, t_2, x_2) d\tau \quad \dots (c)$$

(2) 流量観測とその処理

$$\hat{\zeta}(t, x) = \hat{\zeta}_0(t, x) + \sum_{m=1}^M k'_m(t, x) \cdot (q_m(s) - \int_{-\infty}^s \hat{\zeta}_0(\tau, x) h_j(s - \tau, x) d\tau) \quad \dots (d)$$

$$\sum_{m=1}^M k'_m(t, x) Q_{mn} = \int_{-\infty}^s d\xi \int_{-\infty}^s d\tau_2 R_0(t, x, \tau, \xi) h_n(s - \tau, \xi) \quad \dots (e) \quad (m=1, \dots, M)$$

$$\text{ただし、} Q_{mn} = \int_{-\infty}^s d\xi_1 \int_{-\infty}^s d\xi_2 \int_{-\infty}^s d\tau_1 \int_{-\infty}^s d\tau_2 R_0(\tau_1, \xi_1, \tau_2, \xi_2) h_n(s - \tau_2, \xi_2)$$

$$R(t_1, x_1, t_2, x_2) = R_0(t_1, x_1, t_2, x_2) - \sum_{n=1}^M k'_n(t_1, x_1) \int_{-\infty}^s d\tau R_0(\tau, \xi, t_2, x_2) h_n(s - \tau, \xi) d\tau \quad \dots (f)$$

$\hat{\zeta}$: 降雨強度の推定値, R : 降雨強度の推定誤差の共分散

ただし添字 0 は時刻 $s - \Delta t_r$ または $s - \Delta t_q$ までのデータによる推定値であることを表し、添字無しは時刻 s までのデータを用いた推定値であることを表す

られる(式 k' は(e)式により与えられる)。

3. 適用と考察 本理論の適用の第一段階として、また、雨量計は流域内に一様に配置すべきなのかどうかを検討するため、図1に示す1次元流域(流域長 $L=10\text{km}$)に1個の雨量観測所のみを設ける場合($I=1, M=0$ の場合)に適用する。流出速度と降雨観測所の位置の関係をみるため流域下流端での時刻 t における流量 $q_0(t)$ を、

$$q_0(t) = \int_0^L dx \int_{-\infty}^t d\tau \zeta(\tau, x) \cdot \delta(t - \frac{x}{v} - \tau) \quad \dots(3)$$

で表す。ただし $\delta(\cdot)$ はDiracのデルタ関数である。また、観測が無い場合の先験的な降雨分布モデルとして、Rodriguez-Iturbeらのモデル²⁾を採用する。降雨観測システムの評価は次の手順で行う。①観測を行わない場合について、流域下流端流量の平均値のピーク生起時刻 t_m と時刻 t_m での流量の分散 $Q_0(t_m)$ を求める。②雨量観測を行った場合について、時刻 t_m の流域下流端流量をリード時間 $t_L (=2/3 t_m)$ で、すなわち時刻 $t_m - t_L$ に予測し、予測誤差分散 $Q(t_m | t_m - t_L)$ を求める。③ $Q(t_m | t_m - t_L) / Q_0(t_m)$ を最小化する。図1に示す流域について流域下流端より1kmごとに雨量計を配置して $Q(t_m | t_m - t_L) / Q_0(t_m)$ を計算し、雨量計の各位置に対してプロットしたものを図2に示す。図2より $Q(t_m | t_m - t_L) / Q_0(t_m)$ が最小となる地点は流出速度が小さくなるにつれて上流側に移動する傾向がある。

この理由を考えるため、時刻 t_m の流域下流端流量を形成する降雨の時刻と位置の関係を $V \cdot t_m > L$ の場合についてプロットしたものを図3に示す。図中両者の関係はACで示され、 $x(t_m - t_L)$ はピーク流量を形成する雨が時刻 $t_m - t_L$ に降った位置を表す。時刻 t_m の流域下流端流量を形成する降雨のうち予測を行う時刻 $t_m - t_L$ までに降る雨の時刻と位置の関係はBCで表される。したがって、降雨の時間的な相関が弱ければ区間BCで表される降雨を精度良く推定することがピーク流量の予測精度を上げることにつながるため、BCに対応する流域上の区間 $(x(t_m - t_L) \sim L)$ の中間点付近に雨量計を設けるのが適当であると考えられる。この中間点は流出速度 v が小さくなるにつれ上流に移動するから、それに伴い最適な雨量計の位置も上流側に移動する。本適用例では最適な雨量計位置は $x(t_m - t_L)$ から L の区間の中間点よりは下流側にずれる結果となっているが、これは降雨強度に時間的な相関があるためであると考えられる。

また、降雨強度の分散が最大になる時刻 t^{**} が降雨初期に訪れるため、時刻 t^{**} の降雨のうちピーク形成に寄与する地点 $x(t^{**})$ 付近の降雨推定精度を上げることもピーク予測精度の向上に必要であり、このことも流域上流側に雨量計を配置するという効果を与えている。

4. 結語 本研究では、流出予測の精度を評価指標として降雨・流量観測システムを設計する方法を展開し、一次元流域への適用を通じ降雨観測所は必ずしも流域の中央に配置するのが適当とはいえないことを見いだした。今後実流域への適用を進め本理論の有効性を検証して行きたい。

【参考文献】1)Bras, Tarboton and Puente:Hydrologic Sampling:A Characterization in terms of rainfall and basin properties, J.of Hydrol., Vol.102, 1989. 2)Rodriguez-Iturbe and Eagleson:Mathematical Models of Rainstorm Events in Time and Space, Water Resources Research, Vol.23, 1987.

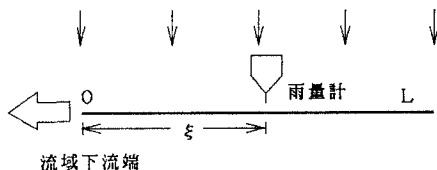


図1 適用流域モデルの概要

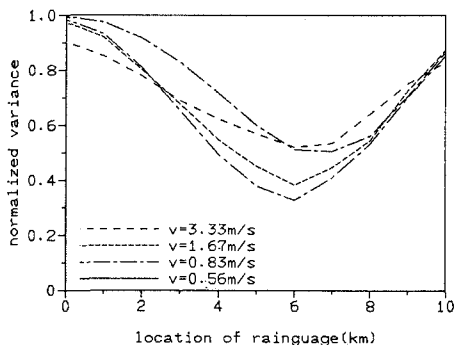


図2 雨量計位置とピーク流量予測精度の関係
流域下流端からの距離

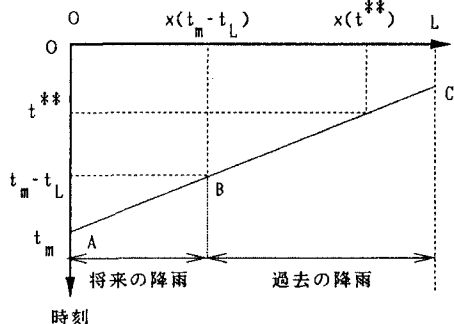


図3 ピーク流量に寄与する降雨の時刻と位置