II-47　ダム貯水群の確率制御システムについて

京都大学工学部　正　員　高棹琢馬
京都大学工学部　正　員　椎葉充晴
京都大学大学院　学生員o劉　春燕

1. はじめに　筆者らは張ら[1]が提案したダム貯水池群実時間操作手法をもとに,システムの不確かさを考慮すると同時に，観測情報とインプットの予測などを有効利用すること及び「次元の呪い」を克服し計算の効率をアップすることを念頭におき，計算時間を短縮するための手法を開発した．その手法は Naive Feedback Controller[2](NFC)最適化手法を用いて，放流量系列の初期解を算定し，初期解のもとで，全体のUDU^T 分解を使わずに統計的二次近似手法[3]を適用して,直接､共分散行列を更新することを取り入れた最適化手法Open loop Feedback Controller(OLFC)である．本報告では，その計算機プログラム化の検討結果を提示する．

2. 操作手法　ステップ1：まず，NFCを概略する.状態量として確率変数とシステム確率変数を含む最適化問題を確定的な問題に変換する．つまり，全ての確率変数をその期待値で置き換える．その確定的な問題の最適解を得てから，Feedback Mechanismでシステムの不確かさを修正し，補正する．本研究では，確定問題のあらゆる非線形関数をテーラー級数で二次近似し，元の確率的な非線形システムをLQP(線形推移,二次評価)システムに変換する.NFCを用いることによりコントロールを逐次決定する.各決定時間にNFCは次の手順を従う．

(a)今までの情報I_kを用いて，$\bar{s}_k=E\{s_k/I_k\}$を計算する．

(b)確定的な目的関数を最小にするコントロール系列$\{u_k\}_{k=k,\ldots,T-1}$を求める．

(c)u_kを適用する．

(d)時刻k+1の情報をI_kに加えI_{k+1}とし，(a)に戻って繰り返す．

ステップ2：この様に初期解を得てから，その初期解を期待値として，確率ベクトルの関数の大域的な近似手法である統計的二次近似を用いてLQG(線形推移,二次評価,正規外乱)システムに問題を変換し，DDP[4]に似た手法を用いたOLFCによりコントロールを逐次決定する．OLFCとは各時刻において次の操作を行うものである．

(a)今までの情報I_kを用いて，状態量s_kの確率分布$P(s_k/I_k)$を求める．

(b)時刻k以後は観測が無いものと仮定して，目的関数を最小にするコントロール系列$\{u_k\}_{k=k,\ldots,T-1}$を求める．Tはコントロール時間である．

(c)u_kを適用する．　(d)時刻k+1の情報をI_kに加えI_{k+1}とし，(a)に戻って繰り返す．

張らの手法はほとんどステップ2を対象とするものであった．張らの手法では、非線形関数を統計的に二次関数で近似するとき，共分散行列全体をUDU^T分解し，システムが推移するとき，共分散行列をUDU^T分解してから更新していたが，本研究では，確率変数の相関関係の分析により共分散行列を部分的にUDU^T分解し，システムが推移するとき，共分散行列を直接更新することによって，さらに，計算時間の短縮を図った．

3. 定式化　本報告で考えている問題は次の問題である．

［目的関数］　$J=\sum_{k=0,\ldots,T-1}[E\{l_{k+1}(s_{k+1})+m_k(u_k)\}]$　(1)

［システム推移式］　$ds/dt=F(s)+Lu+r$　(2)

［コントロールの制約条件］　$u_{jk}^{min}\leqq u_{jk}\leqq u_{jk}^{max}$,　$j=1,\ldots,Nu;\ k=0,\ldots,T$　(3)

［状態量の確率的制約条件］　$\int_{-\infty}^{s_{jk}^{min}} p(s_{jk},k)ds_{jk} \leqq \gamma_{jk}^{min}$,　$\int_{s_{jk}^{max}}^{+\infty} p(s_{jk},k)ds_{jk} \leqq \gamma_{jk}^{max}$　(4)
$j=1,\ldots,Ns;k=1,\ldots,T$

ただし，s:Ns次元の状態ベクトル，現在時刻を0とする．s_{jk}:k時刻のs_kの第j成分．s_0:初期値としての平均値s_0，共分散P_{s0}の正規分布に従う確率ベクトル．u:Nu 次元のコントロールベクトル．u_{jk}:k時刻のu_kの第j

成分．r:Nr次元の降雨予測，r~N(r,Pr)；F(s):システムの非線形関数；l_k:状態量の非線形関数．m_k:コントロールの非線形関数．L:Ns Nu次元の係数系列．E{.} はあらゆる確率要素に対する期待値を求めることを表す．$u_{jk}^{max}(t)$,$u_{jk}^{min}(t)$：コントロールの上,下限．p(.,.)は今まで全ての観測と適用したコントロールという条件付きの状態量変数の確率密度関数である．$s_{jk}^{max}(t)$,$s_{jk}^{min}(t)$:貯水量の上下限．$\gamma_{jk}^{max}(t)$,$\gamma_{jk}^{min}(t)$は状態量が制約条件を破ることを許す確率の許容値である．

4．解法の概要　3.で定式化した問題の解法を概説する．制約条件(2),(3),(4)を満たすコントロールの系列 $\{u_{jk}^{(i)}\}$ を最適なコントロールの候補値として選び，これに対応する状態量 $\{s_{jk}^{(i)}\}$ を求める．この候補値の近傍で，目的関数Jの中の関数 l_kとm_kをそれぞれテーラー展開を用いて二次関数に近似し，問題をLQP システムに変換する．状態量の上下限制約はペナルティ関数を目的関数に付加した拡大目的関数で対処する．つまり，状態量に関しては無制約な問題に置き換えた．後進DPを用いて、各ステップの目的関数を，修正したニュートン二次計画手法で最小にする．反復計算により最適な初期解(コントロール系列)を得る．

初期解を得た後、OLFCによって確率的な問題を取り扱う．その初期解系列の近傍で目的関数l_kとm_kをそれぞれ統計的二次近似とテーラー展開を用いて，二次関数に近似し，問題をLQGシステムに変換する．これをDDPに似た手法を用いて、反復計算により，最適なコントロールを得る．

5．適用　図-1に本手法の適用例を示す．

6．おわりに　本研究で提案した手法は特に以下の点で有効である．1)DDPに似た手法を用いることによって、「次元の呪い」という問題が全く発生しない．2)目的関数の状態ベクトルに関する部分は統計的二次近似を用いて二次関数に近似する．状態ベクトルが確率変数であるから、テーラー展開を用いて局所的に近似するよりも大域的に近似する統計的二次近似を用いる方がよい．3)テーラー展開で確定的な問題を構成し，短いうちに解き，その最適解を初期解として、統計的二次近似手法した確率問題を扱う。本研究で提案した最適化方法は張らの初期解を使わない方法より計算時間が短いという特徴を持つ．4)本研究で開発されたプログラムは非線形システムも対処できる．

適用例：　状態量ベクトルの次元Ns=3，コントロールベクトルの次元Nu=3，制御期間T=4

目的関数　$\min_{\{u_k\}_0^{T-1}} J = E\{\Sigma_{k=0,\ldots,T-1}(l_{k+1}(s_{k+1})+m_k(u_k)\}$　ただし，

$$m_k(u_k)=\sum_{j=1}^{Nu}\cosh(0.01*(u_{j,k}-b_{j,k})) \qquad b_{jk}=15.,\ j=1,\ldots,Nu$$

$$l_{k+1}(s_{k+1})=\sum_{j=1}^{Nu}\cosh(0.01*(s_{j,k+1}-a_{j,k+1})) \qquad a_{jk}=15.,\ j=1,\ldots,Ns$$

システムの推移方程式　$ds/dt=F(s)+Lu+r$　　$k\in[0,\cdots,T]$　ただし、$F(s)=[f_1(s),f_2(s),f_3(s)]^T$

$f_i(s)=-0.01s_i^3$,　$L=\begin{bmatrix}-1 & 1 & 0\\ 0 & -1 & 1\\ 0 & 0 & -1\end{bmatrix}$　$r=\begin{bmatrix}20 & 18 & 12 & 12\\ 20 & 18 & 12 & 12\\ 20 & 18 & 12 & 12\end{bmatrix}$　$\bar{s}_0=\begin{bmatrix}5.\\ 5.\\ 5.\end{bmatrix}$　$\bar{P}_{s0}=\begin{bmatrix}2 & 0 & 0\\ 0 & 2 & 0\\ 0 & 0 & 2\end{bmatrix}$　$Pr(t)=P\bar{s}_0$

$\triangle t=2$

コントロールに関する制約条件　$0.0\leqq u_{1k}\leqq 15.$,　$0.0\leqq u_{2k},u_{3k}\leqq 10.0$

状態量の制約　$0.0 \leqq s_{1k} \leqq 3.0$, $0.0 \leqq s_{2k},s_{3k} \leqq 3.0$, $\gamma_{ik}^{min}=0.05$, $\gamma_{ik}^{max}=0.05$

方法	張ら方法	初期解	本方法
目的関数	24.105	24.04	24.105
cpu時間	1960	139	1217

計算結果を左下に示すこの計算は京都大学大型計算機センターのM-780システムで行った．なお、計算時間は1/1000秒の単位を取っている．

図-1 本手法の適用例　（問題の定式化とその結果）

参考文献　1) 張 児玉 椎葉 高棹：統計的二次近似による貯水池群の実時間操作，京都大学防災研究所年報第30号B-2,pp.299-321,1987. 2) DIMITRI.P BERTSEKAS: DYNAMIC PROGRAMMING AND STOCHASTIC CONTROL,1976. 3)高棹 椎葉 富沢：統計的二次近似理論を適用した流出予測システムの構成、京大防災年報第27号b-2,1984. 4) JACOBSON, D. ANDD. MAYNE:DIFFERENTIAL DYANAMIC PROGRAMMING,Elsevier,New York,1970.