I-559　劣化型復元力特性を有する構造物の動的倒壊の判定に関する一考察

宇都宮大学　正員　○中島章典、阿部英彦
東北大学　正員　倉西　茂
宇都宮大学　学生員　白石正俊

1．はじめに

圧縮軸力作用下の柱が軸直角方向の動的外力を受けると、構造物は不安定現象を示し、ついには倒壊に至る場合がある。これは、静的荷重のために系の復元力特性が劣化型になり、吸収可能なひずみエネルギーの上限値を越えるエネルギーが動的外力によって入力されるためである。これまで、この種の倒壊現象を示す基本モデルが任意の構造特性をもつ場合の動的強度はある程度明らかにされている1)。これに対して、構造物に作用する動的外力と強度の関係についてはまだ不明の点があり、このような構造物の動的強度設計法を確立するためには、さらにこの点に関する研究が必要であると考えられる。

そこで、不安定性を生じさせる荷重のために、系の復元力特性が劣化型になる１自由度系を対象とし、これを倒壊に至らせる動的外力であるという条件で、構造物の構造特性と動的外力の関係等を整理した。また、動的応答解析を行うことなくこの種の構造物の動的倒壊を判定する１つの試案を示した。

2．動的外力によるエネルギー入力

対象モデルは、図１に示す鉛直方向の静的荷重Pが作用している質点(質量m)、剛棒(長さℓ)、回転ばね(ばね定数k)よりなる振動系に水平方向の動的外力f(t)が作用する１自由度系である。この系の運動方程式は、幾何学的非線形性および粘性減衰の影響を無視すれば次のようになる。

$$\ell m\ddot{x} + R(\theta) - Px = \ell f(t) \qquad (1)$$

ここに、R(θ)は回転ばねの復元力であり、その特性を図２のような完全弾塑性型とすれば、系の復元力特性は図３のような劣化型になる。したがって、この系は斜線部で与えられる吸収可能なひずみエネルギーの上限値E_{su}を持ち、この値は次式によって解析的に算定される。

$$E_{su} = E_y(1 - \alpha)/\alpha \qquad (2)$$

ここに、E_yはばねの降伏ひずみエネルギーであり、αは静的荷重の座屈荷重に対する比(=Pℓ/k)である。一方、このような構造物が動的外力を受けて倒壊する場合、履歴減衰エネルギーE_hがなければ、動的外力によるエネルギー入力E_fがE_{su}を越えたときに構造物は動的終局状態に至ることが明らかにされている1)。この関係を動的外力によるエネルギー入力の定義式を用いて示せば、

$$E_f = \int_0^t f(t)v(t)dt \geq E_{su} \qquad (3)$$

となる。ここに、f(t)は動的外力であり、v(t)は速度応答である。いま、地震波等のように慣性力として作用する正弦波外力[f(t)=-mZsinωt]に対して、変位応答が次のような定常振動になると仮定する。

$$x(t) = ax_y\cos\omega t \qquad (4)$$

ここに、aは未知定数であり、x_yは降伏変位である。したがって、速度応答は

$$v(t) = -ax_y\omega\sin\omega t \qquad (5)$$

となり、式(3)は次式のように表される。

$$E_f = \frac{max_y\omega}{Z}\int_0^t (Z\sin\omega t)^2 dt \geq E_{su} \qquad (6)$$

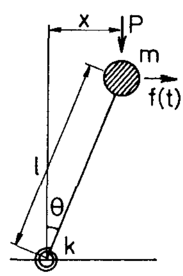

図１　１自由度モデル

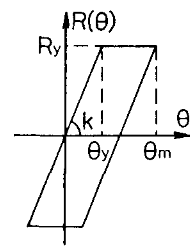

図２　回転ばねの復元力特性

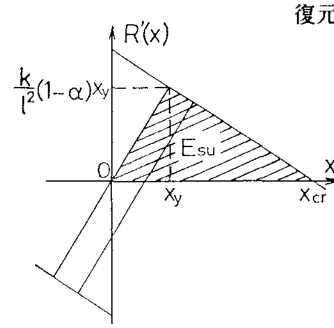

図３　系の復元力特性

上式中の積分項は正弦波外力の振幅Zと継続時間tによって決まる値であり、これをパワーS_fとする。この式から、履歴減衰エネルギーがない場合、動的外力によるエネルギー入力E_fつまり構造物の強度が応答を考えない外力および構造パラメーターのみによって決まることがわかる。

3．動的倒壊判定の概念と数値計算による検討

いま、共振振動数をもち、振幅Z、継続時間T_dの正弦波加速度外力が構造物に作用する場合、式(6)を用いれば、以下の概念によって数値計算等による動的応答解析を行うことなく構造物の倒壊を判定することがで

きると考えられる。つまり、S_fが構造物の強度を、S_f'が外力を表すことになる。

$$S_f(\text{強度}) = \frac{Z}{\max y\omega} E_{su} \qquad (7a)$$

$$S_f'(\text{外力}) = \int_0^{Td} (Z\sin\omega t)^2 dt \qquad (7b)$$

$S_f > S_f'$ ：倒壊しない

$S_f \leqq S_f'$ ：倒壊の可能性がある

前述のように、正弦波外力が作用する系の変位応答を定常振動と仮定することには問題があり、未知定数aは一意に定まらない。そこで、ある特性をもつ系に対して、外力のパワーS_f'と式(7a)によって求められるパワーS_fが一致するようにaの値を決定しておき、他の場合のS_fとS_f'を比較する。S_f'は数値計算により求められる動的終局状態までの継続時間をもとに、式(7b)によって得られる。

(1)共振振動数をもつ正弦波が作用する場合

図４は共振する正弦波加速度外力が作用する場合、動的終局状態までの外力のパワーS_f'および式(7a)によるパワーS_fと外力の振幅の関係を示す。縦軸がパワー、横軸が外力の振幅を降伏強度係数γ $[=k\theta_y/(\ell mZ)]$を用いて表している。実線はS_f、○はS_f'である。図ではγ=50のときに、S_fとS_f'とが一致するように aの値を定めているが、他のγについても、S_fとS_f'が比較的よく一致していることがわかる。

次に図５は、質点の質量を変化させた場合のS_fとS_f'の比較を示す。横軸は質量の変化を静的荷重を考慮しない固有振動数nの変化として示している。この図からも、S_fとS_f'とのよい一致が認められる。この他、回転ばねの復元力特性や静的荷重の大きさ等を変化させた場合にも外力のパワーS_f'と式(7a)で求まるパワーS_fがよく一致する。以上のことから、式(7a)によるパワーS_fは、対象とする１自由度系の動的終局状態を規定するパワーの限界値を与え、これにより、数値計算等による動的応答解析を行うことなく、構造物の倒壊をある程度判断できるものと考えられる。

(2)任意の振動数をもつ正弦波が作用する場合

任意の単一振動数をもつ正弦波外力が作用する場合、数値計算により得られる動的終局状態までの継続時間をもとに、式(7b)によって算定されるパワーS_f'と正弦波外力の振動数の関係をγ=1,5,10,50について図６に示す。縦軸がパワー、横軸が系の固有円振動数ω_0で無次元化された円振動数を示している。γが小さいほど、つまり振幅が大きいほど、パワーの値は大きく、また、系が倒壊する振動数の範囲が広くなっている。これに対してγが大きいほど、系の倒壊が起こる振動数の範囲は狭いことがわかる。この図は、系の固有振動数n=1Hzの場合であるが、例えば、縦軸をγ=50のときの共振点におけるパワーの値で無次元化すれば、同様に無次元化された他の固有振動数をもつ場合の図とこの図とがまったく重なる。このことから、共振振動数をもつ正弦波外力が作用する場合と同様の概念によって、応答解析を行うことなく構造物の動的倒壊を判定することができるものと考えられる。

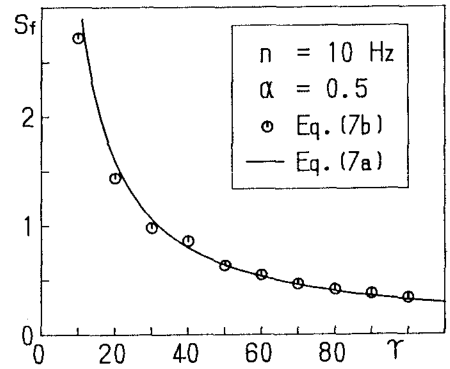

図４　パワーと降伏強度係数の関係

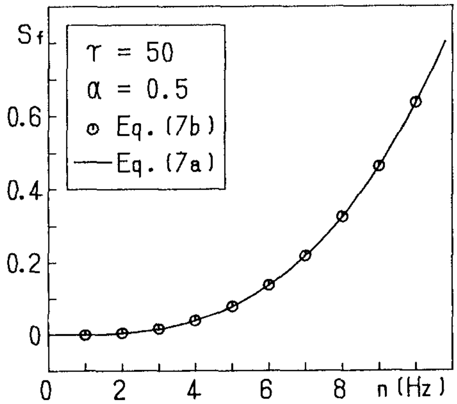

図５　パワーと系の振動数(質量)の関係

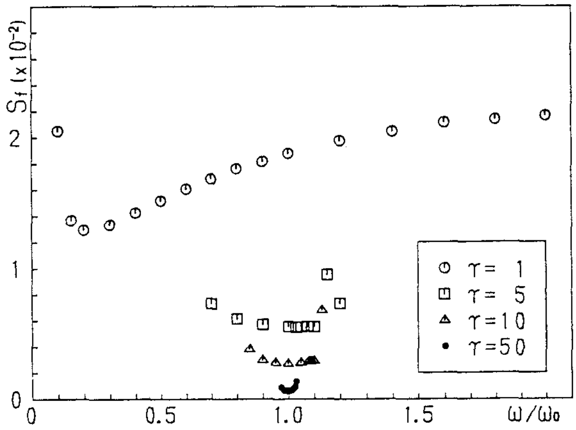

図６　パワーと正弦波外力の振動数の関係(n=1Hz)

《参考文献》(1)中島他：静的不安定性を有する構造物の動的破壊,土木学会論文集,No.386/I-8,pp.135-144