

I-474

非線形復元力特性を示す構造物の構造同定

東京電機大学 大学院 学生員○栗田哲史

東京電機大学 理工学部 正員 松井邦人

1 はじめに

地震荷重、風荷重、交通荷重等の動的荷重を受ける構造物の診断を行うに当たり、その構造特性を推定することは重要である。特に、地震時には塑性変形を起し非線形の復元力特性を示す場合があり、その時の動的パラメータを精度良く推定する必要がある。

本研究は、Gauss-Newton法を用いて、構造物の時刻歴応答より構造特性の同定を試みたものである。ここでは、構造物の未知の復元力特性がBilinear型モデルであると仮定し、初期剛性、塑性剛性比、降伏変位を未知パラメータとして扱った。また、観測値にノイズが含まれる場合の推定値に及ぼす影響を検討した。

2 同定手法

構造物が1自由度系モデルで表されるとすると、運動方程式は

$$m \ddot{z} + c \dot{z} + Q(z) = -m \ddot{y}_0 \quad (1)$$

と表せる。ここで、 m は質量、 c は減衰係数、 $Q(z)$ は復元力、 $\ddot{y}_0$ は入力加速度である。この構造物の復元力特性が図-1に示すようなBilinear型モデルであるとすると復元力は、

A-B 間

$$Q(z) = k z - k(1-\gamma)(\delta_1 - \delta y) \quad \dot{z} \leq 0 \quad (2a)$$

C-D 間

$$Q(z) = k z - k(1-\gamma)(\delta_2 + \delta y) \quad \dot{z} \geq 0 \quad (2b)$$

B-C 間

$$Q(z) = \gamma k z - k(1-\gamma)\delta y \quad \dot{z} \leq 0 \quad (2c)$$

D-A 間

$$Q(z) = \gamma k z + k(1-\gamma)\delta y \quad \dot{z} \geq 0 \quad (2d)$$

と表せる。ここで、 k は初期剛性、 γ は塑性剛性比、 δy は降伏変位、図-1 Bilinear型モデル δ_1 は正の最大応答変位、 δ_2 は負の最大応答変位である。今、観測波は変位応答であり、質点における測定値が u 、測定誤差が $\varepsilon(t)$ で表されるとすると、

$$z(t) = u(t) + \varepsilon(t) \quad (3)$$

の関係が成立する。 m, c が既知、 $k, \gamma, \delta y$ が未知であるとすると、未知パラメータはベクトル $\mathbf{x}$ を用いて

$$\mathbf{x} = \{k, \gamma, \delta y\}^T \quad (4)$$

と表せる。Gauss-Newton法の考え方に基づき、評価関数 J を次のように定義する。

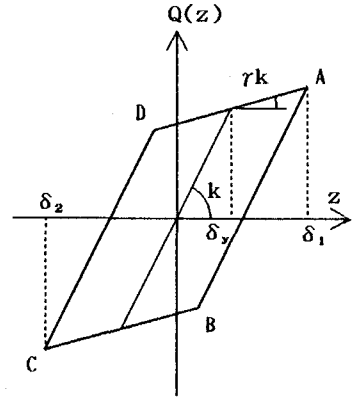
$$J(\mathbf{x}) = \int_0^1 \left(z + \sum_{k=1}^3 \frac{\partial z}{\partial x_k} \delta x_k - u \right)^2 dt \quad (5)$$

パラメータの決定は、 $\mathbf{x}$ を仮定して式(5)が最小となるように $\delta \mathbf{x}$ を決定する。評価関数 J を最小とする

必要条件 $\nabla J = \left(\frac{\partial J}{\partial \delta x_n} \right) = 0 \quad (n=1 \sim 3)$ より

$$\sum_{k=1}^3 \int_0^1 \left(\frac{\partial z}{\partial x_n} \frac{\partial z}{\partial x_k} \right) dt \cdot \delta x_k = - \int_0^1 \left\{ (z - u) \frac{\partial z}{\partial x_n} \right\} dt \quad (n=1 \sim 3) \quad (6)$$

式(6)は $\delta \mathbf{x}$ に関する連立方程式であり、容易に解くことができる。ここで、 z の同定パラメータに関する偏微分係数は動的感度であり、運動方程式を x_n で偏微分し、式(1)を解く場合と同様の数値積分により求めることができる。



3 解析結果と考察

数値シミュレーションで用いたモデルの諸元は、 $m = 1.0 \text{ kgf} \cdot \text{sec}^2 / \text{cm}$ 、 $c = 0.5 \text{ kgf} \cdot \text{sec} / \text{cm}$ 、 $k = 40.0 \text{ kgf} / \text{cm}$ 、 $\gamma = 0.1$ 、 $\delta y = 3.0 \text{ cm}$ とした。これらの値を用いて応答計算を行った結果の $t = 0 \sim 20$ 秒までを観測波として用いた。応答計算及び動的感度の計算にはNewmark β 法($\beta = 1/6$)を用い、時間刻み $\Delta t = 0.005$ 秒とした。また、入力加速度として $\ddot{y} = 300 \cdot \sin(10 \cdot t)$ を用いた。観測波の履歴曲線は図-2に示す通りである。

同定を行うにあたり初期推定値を $k = 50.0 \text{ kgf} / \text{cm}$ 、 $\gamma = 0.2$ 、 $\delta y = 5.0 \text{ cm}$ とした。繰り返し計算中の収束状況を図-3に示す。各パラメータの値は繰り返し計算回数が20回程度までは振動しているが、30回付近より真値の近傍に収束してくることが解る。尚、このときの収束条件は $|\delta x| < \text{真値} / 10000$ と設定した。

また、測定誤差の影響を調べるため $0.1 \text{ Hz} \sim 100 \text{ Hz}$ までのバンドリミテッドホワイトノイズ $\varepsilon(t)$ を作成し、

$$\text{SN比} = \frac{\max |\varepsilon(t)|}{\max |z(t)|}$$

と定義してSN比5%、10%、20%それぞれのノイズを応答変位 $z(t)$ に加え解析を行った。ノイズ入りの観測波を用いて同定を行った結果を表-1に示す。ここにある目的関数とは評価関数 J の値のことである。SN比

20%のノイズが含まれていてもかなり精度良く同定できている。また、繰り返し計算回数もSN比が0%の時と比べてあまり差が無いことが解る。

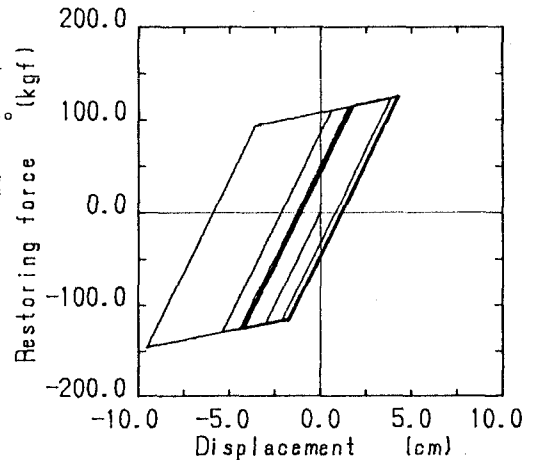


図-2 履歴曲線

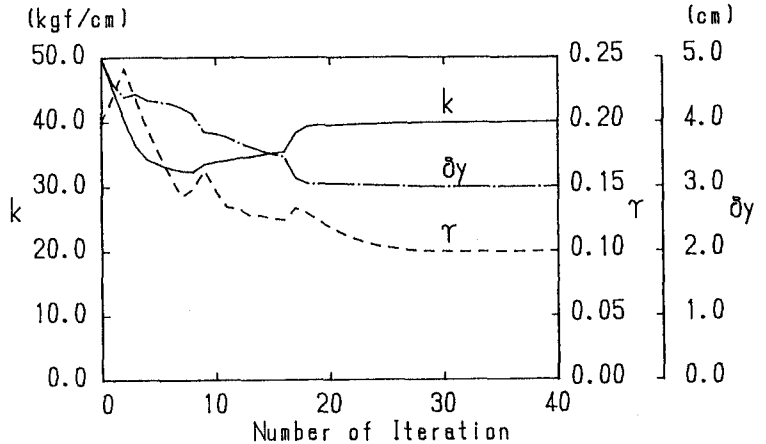


図-3 収束過程

表-1 同定結果

SN比	0%	5%	10%	20%
k (kgf/cm)	40.001	40.170	39.988	39.876
γ	0.099839	0.094574	0.097198	0.094728
δy (cm)	3.0001	2.9962	2.9969	3.0421
目的関数	0.72396×10^{-4}	0.37959	1.2692	5.7865
繰り返し計算回数	37	36	33	38

4 まとめ

非線形性を示す復元力特性をもつ構造物の構造特性の時刻歴領域における同定手法を示した。また、数値シミュレーションによりその収束性及び、ノイズによる同定結果への影響を検証した。結果より、復元力特性が線形である場合と比べて繰り返し計算の回数は多くなっているが、同定が可能であることが確認できた。更にノイズの影響に関しては、SN比20%の場合でも推定値と真値との差は小さく、精度良く同定できる事が確認できた。