

I-468

非定常自己回帰モデルの同定

武蔵工業大学 正会員 丸山 収

武蔵工業大学 正会員 星谷 勝

1. 目的

地震加速度波記録や変動風速記録などを確率過程現象のサンプル実現波形とみなして、その現象を非定常自己回帰モデルで同定する手法を誘導し、地震動特性の解明などに有効な手段となりうることを示す。用いた手法は自己回帰モデルを状態方程式と観測方程式へと定式化した上で加マフフィルタによる漸化的同定法である。モデルにおける係数行列を効率的に同定すると同時に入力ノイズの分散も同時に推定できる手法となっており、定常・非定常を問わず1度のサンプル波の処理により漸化的に同定できるものである。

2. 背景

自己回帰モデル(AR)や自己回帰移動平均モデル(ARMA)はそれらの係数行列が決定されると、漸化的にサンプル波を作成できるので、従来の調和関数型モデルによるよりも効率的であることから地震動シミュレーションに用いられてきた。研究には(1) 相互相関関数または相互スペクトル密度関数が確率過程現象の特性として与えられ、それを満たすサンプル波形をシミュレートするもの、(2)地震加速度波形をサンプル波形として、ARモデルを同定し、それより必要に応じたサンプル波形をシミュレートしようとするもの、の2つの流れがある。(1)の流れで相互相関関数などを規定するが、それをどのような方法で作成するかということは(2)の流れに於けるARモデルを同定することと等しい。本研究の主題である、いわゆる時間領域モデルの研究はGersh¹らの2段階最小自乗法を源流として多くの研究がなされている^{2~6}。これらは(1)に分類される。(2)の流れではNau, RF⁷, Sataf, E⁸の研究がある。特に文献(7)は加マフフィルタによる同定であり本題と関連するが、他の全ての研究と同様に基本的には2段階推定法に基づいている。本研究は1度の解析により漸化的にARモデルを同定できるように誘導している。

3. 理論

m-variate, one-dimensionalのARモデルは(1)式で与えられる。

$$\sum_{i=1}^p A_i(k) Y_{k-i} = B_0(k) X_k \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{ここで、} A_0(k) = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & \ddots & \\ & & & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{m} \times \text{m}) \quad \dots\dots\dots (2) \quad \left| \begin{array}{l} \text{(2)式より} \\ Y_k = \sum_{i=1}^p A_i(k) Y_{k-i} + B_0(k) X_k \quad \dots\dots\dots (3) \\ X_k; X_{ik} \text{ 平均値0, 分散1の} \\ \text{互いに独立な White noises} \end{array} \right.$$

(3)式を具体的に表現すると(4)式となる。

$$\begin{bmatrix} Y_{1k} \\ Y_{2k} \\ \vdots \\ Y_{mk} \end{bmatrix} = - \sum_{i=1}^p \begin{bmatrix} a_{11i}(k) & a_{12i}(k) & \dots & a_{1mi}(k) \\ a_{21i}(k) & a_{22i}(k) & \dots & a_{2mi}(k) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1i}(k) & a_{m2i}(k) & \dots & a_{mmi}(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1k-i} \\ Y_{2k-i} \\ \vdots \\ Y_{mk-i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{011}(k) & b_{021}(k) & \dots & 0 \\ b_{021}(k) & b_{022}(k) & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{0n1}(k) & b_{0n2}(k) & \dots & b_{0nm}(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{1k} \\ X_{2k} \\ \vdots \\ X_{mk} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (4)$$

(1)式において、 Y_k をひと組のサンプル観測波形として、係数行列 $A_i(k)$ および入力ホワイトノイズ X_{ik} (平均0、分散1で互いに独立)の係数行列 $B_0(k)$ (下三角行列)を同定すれば、確率過程のARモデルは確定する。ここでは $A_i(k)$ および $B_0(k)$ を確率変数とみなし、加マフフィルタによりそれらの最適値 $\hat{A}_i(k)$ および $\hat{B}_0(k)$ を同定する。

(a) 加マシフィルタへの定式化

(1)～(4)式を用いると、状態方程式および観測方程式はそれぞれ(7)式および(8)式で与えられる。 $A_i(k)$ および $B_o(k)$ の同定に際し、入力初値ノイズ X_{ik} は与えられた条件を満足するように予めシミュレートし、既知量として与えることとした。

$$Z^T(k) = [\begin{matrix} a_{111}(k) & a_{121}(k) & \cdots & a_{1m1}(k) & | & a_{211}(k) & a_{221}(k) & \cdots & a_{2m1}(k) & | & a_{n11}(k) & a_{n21}(k) & \cdots & a_{nm1}(k) & | & \cdots \\ \cdots & a_{m1p}(k) & a_{m2p}(k) & \cdots & a_{mmp}(k) & | & b_{o11}(k) & | & b_{o21}(k) & b_{o22}(k) & | & \cdots \\ \cdots & b_{om1}(k) & b_{om2}(k) & \cdots & b_{omn}(k) & | & \cdots & \end{matrix}]^T$$

$$((m \times m \times p + m(m+1)/2) \times 1)$$

..... (5)

$$W_k = \left[\begin{matrix} Y_{1,k-1} & Y_{2,k-1} & \cdots & Y_{m,k-1} & \cdots & Y_{1,k-1} & Y_{2,k-1} & \cdots & Y_{m,k-1} & \cdots & Y_{1,k-1} & Y_{2,k-1} & \cdots & Y_{m,k-1} & | & \cdots \\ \cdots & Y_{1,k-p} & Y_{2,k-p} & \cdots & Y_{m,k-p} & \cdots & Y_{1,k-p} & Y_{2,k-p} & \cdots & Y_{m,k-p} & \cdots & Y_{1,k-p} & Y_{2,k-p} & \cdots & Y_{m,k-p} & | & X_{1k} & X_{1k} & X_{2k} & \cdots & X_{1k} & X_{2k} & X_{mk} \end{matrix} \right]$$

$$((m \times (m \times m \times p + m(m+1)/2)) \times 1)$$

..... (6)

状態方程式：

$$Z(k) = Z(k-1) + \delta_k \quad \text{..... (7)}$$

δ_k ；互いに独立なホワイトノイズ

平均値0, 分散は小

観測方程式：

$$Y_k = W_k Z(k) + \varepsilon_k \quad \text{..... (8)}$$

ε_k ；互いに独立なホワイトノイズ

平均値0, 分散は任意

4. 試算例

ここでは、uni-variate, one-dimensionalのARモデルを採用し、 $P=3$ とした場合の試算結果を示す。図-1には、サンプル観測波形の例を示した。また、図-2に、本手法によるARモデルのパラメータ同定結果を示し、図-3には、同定結果を用いてシミュレートしたサンプル波形を示した。なお、同定に際し各パラメータの初期値および初期の推定誤差共分散値を0.0とし、 δk の要素は、0.001、さらに εk の要素は0.1とした。

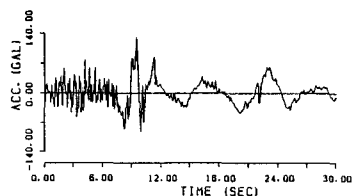


図-1 サンプル観測波形

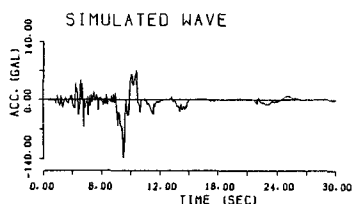


図-2 サンプル波形

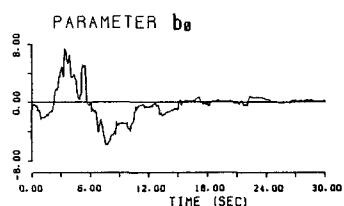
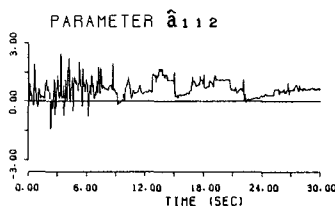
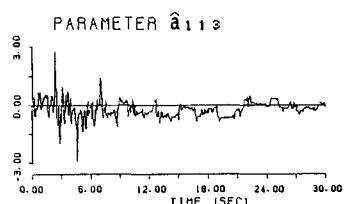
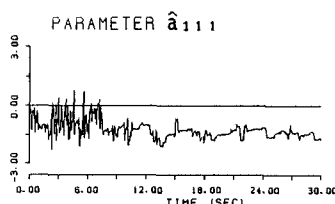


図-3 パラメータ同定結果

注) 本研究は星谷が理論の誘導を、丸山が加マシフィルタへの適用および数値解析を分担した。

参考文献：(1)Gersh, W., Jour. of Appl. Mech, ASME, 1976 (2)Hoshiya, M.他, Jour. of E.M., ASCE, 1984 (3)Hoshiya, M.他, Jour. of E.M., ASCE, 1986, (4)Shinozuka, M.他, Jour of E.M. ASCE, 1985, (5)Li, Y. 他, 5th ASCE Conf. 1988, (6)Mignolet, M.P.他, 5th ASCE Conf., 1988, (7)Nau, R.F.他, Bull. SSA, 1982, (8)Sataf, E., 5th ASCE Conf., 1988.