

埼玉大学 正員 山口 宏樹
 本四公団 正員 辰巳 正明
 横浜国立大学 正員 宮田 利雄

1. まえがき

明石海峡大橋は中央スパン長1990mに及ぶ今までにない超長大吊橋であることから、その耐風性の確保がより重大となり、耐風設計法が再検討されている¹⁾。その際、動的耐風安定性を照査する上で最も基本となる固有振動解析についても、いかなる解析モデルとすべきか等について検討された。解析モデルの検討過程において、ねじれ固有振動数をいかに精度よく推定するかが一つのポイントとなり、既往の理論で無視されていた桁自重による復元モーメント；重力剛性が、スパン増大に伴い影響を及ぼす可能性のあることが明らかになりつつある。本報告ではこの点に関し、吊橋のねじれ振動理論から理論的に考察を加えるとともに、立体骨組モデルにおける初期軸力の導入がこの重力剛性を考慮することに他ならないことを示す。

2. 桁のねじれ変位に伴う重力剛性

吊橋の撓度理論に基づく従来のねじれ振動理論²⁾では、図-1に示すようなねじれ変形状態を考え、その位置でのつり合い条件から支配方程式を誘導している。簡単のため桁の重心とせん断中心が一致していると仮定するが、ここでは重力剛性の影響のみに着目することから、この仮定は本質ではない。図-1のような変形状態で暗黙のうちに仮定されていることは、桁高の無視、つまりはせん断中心レベルと桁・ハンガー取付レベルとが一致しているということであり、したがってハンガー張力における桁自重分(図-3参照)がせん断中心まわりにつくる復元モーメントは0となる。つまり重力剛性はこの場合存在しない。しかし、ハンガー取付レベルとせん断中心レベルとが一般には異なることを忠実に考慮すれば、吊橋の任意のねじれ変形状態は図-2となり、重力剛性が復元力に関与してくる。図-2において、ハンガー取付点A, Bのせん断中心Oからの水平距離は $|-b/2 \cdot \cos \phi + d \cdot \sin \phi|$, $|b/2 \cdot \cos \phi + d \cdot \sin \phi|$ となり異なるため、ハンガー張力がせん断中心まわりにつくるモーメントは、図-2, 3を参照して

$$M = s_1 \cdot |-b/2 \cdot \cos \phi + d \cdot \sin \phi| - s_2 \cdot |b/2 \cdot \cos \phi + d \cdot \sin \phi|$$

$$= \Delta s \cdot b/2 \cdot \cos \phi - m_s g \cdot d \cdot \sin \phi \quad (1)$$

となる。すなわち、桁の自重 $m_s g$ が復元力として作用することがわかる。せん断中心とハンガー取付点との鉛直距離 d が0である場合、式(1)は $M = \Delta s \cdot b/2 \cdot \cos \phi \approx \Delta s \cdot b/2 \cdot \phi$ となって既往の吊橋理論と一致する。なお、式(1)を導く際、ハンガー長 h は d に比べて十分大きいと仮定し、ハンガーの桁ねじれ変位に伴う傾斜角は無視した。

微小変位を仮定し、従来の吊橋撓度理論での支配方程式に式(1)下線部の重力剛性を加えれば、吊橋のねじれ振動に対するより厳密な支配方程式が以下のように導かれる。

$$I \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + EC_w \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^4} - (GJ + \frac{b^2 H_w}{4}) \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{E_c A_c}{L_E} \frac{b^2}{4} \frac{64 f_a^2}{L^4} \sum \int_0^L \phi \, dx$$

$$+ m_s g d \cdot \phi = 0 \quad (2)$$

ここで、 I ：極慣性モーメント、 EC_w ：曲げねじれ剛性、 GJ ：ねじれ剛性、 $H_w, E_c A_c$ ：ケーブル水平張力、伸び剛性、 $L_E = \int_L \sec^2 \phi \, dx$ 、 f_a ：吊橋サグ、 L ：スパン長、である。

3. 固有振動数に及ぼす重力剛性の影響

構造力学公式集³⁾にあるようなねじれ振動解析法と同様、運動方程式(2)の解を

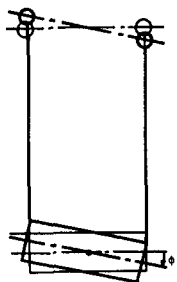


図1 既往理論

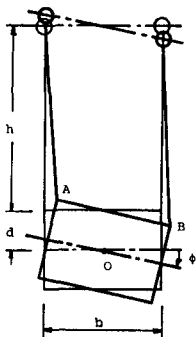


図2 ねじれ変形

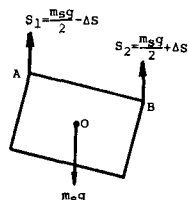


図3 復元モーメント

$$\phi(x, t) = \Phi(x) \cdot \sin(\omega t + \theta) \quad (3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi(x) = a_1 \sin \pi(x/L) + a_3 \sin 3\pi(x/L) + a_5 \sin 5\pi(x/L) \\ \Phi_{1r}(x) = a_{1r} \sin \pi(x/L_1), \Phi_{1l}(x) = a_{1l} \sin \pi(x/L_1) \end{array} \right. \quad (4.a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi_{1r}(x) = a_{1r} \sin \pi(x/L_1), \Phi_{1l}(x) = a_{1l} \sin \pi(x/L_1) \end{array} \right. \quad (4.b)$$

とし、Galerkin法等を用いれば、振動数方程式が以下のように求められる。

$$[A - \chi E] = 0 \quad (E: \text{単位マトリクス}) \quad (5)$$

ここで係数マトリクスAは既往の理論、つまり重力剛性を考慮しない場合と全く同じもの³⁾であるが、 χ は既往理論で $\omega^2 I$ であるのに対し、ここでは $\omega^2 I - m_S g d$ である。したがって、Aの固有値を λ とすれば、固有振動数は既往理論で $\omega^* = \sqrt{\lambda/I}$ 、本理論で $\omega = \sqrt{(\lambda + m_S g d)/I}$ となり、重力剛性を考慮することでねじれ固有振動数が以下の比で大きくなる。

$$\frac{\omega}{\omega^*} = \sqrt{1 + \frac{m_S g d}{\lambda}} = \sqrt{1 + \frac{m_S g d}{\omega^{*2} I}} \quad (6)$$

表1は本州四国連絡橋の主な吊橋について、式(6)により重力剛性のねじれ固有振動数に及ぼす影響を概算したものである。表中のデータは文献4)によったが、 d は簡単のため、桁高の1/4程度に仮定している。明石海峡大橋では他に比べて大きな影響が生ずる(+7.4%)ことがわかるが、これはスパンの増大により固有振動数 ω^* が減少する(図-4)ため、式(6)の値が増大した(図-5)と考えられる。つまり、既存の吊橋程度のスパンでは重力剛性の影響はほとんどないが、明石海峡大橋クラスの超長大吊橋では一般化ねじれ剛性が小さくなって重力剛性が効いてくるといえる。

4. 重力剛性を考慮した立体解析モデル

吊橋の耐風安定性照査のためには桁とケーブルの連成を含めた詳細な解析が必要となるため、固有振動解析には図-6に示す立体骨組モデルが用いられる。その際、桁せん断中心とハンガー取付点および重心との相対位置を確保するための部材①②③に、死荷重による初期軸力を入れるべきか否かが論点となるが、図に示す軸力(初期の静的つり合いを満たす)を導入することは上述の重力剛性 $m_S g d \cdot \phi$ を考慮することに他ならないことが図右に示すねじれ変形状態のつり合いから容易に示される。なお、明石海峡大橋旧設計案の立体解析では3%程度の振動数増加が認められている¹⁾。

5. まとめ

ねじれ固有振動に及ぼす重力剛性の影響は、定量的には、詳細な立体解析を行うことにより判断されるべきであるが、重力剛性の影響の可能性および解析モデルの意味については、本研究によって明確にできたものと考ええる。

表1 本四連絡橋吊橋等における特性、および重力剛性の影響の比較

No.	Bridge	Span	$f_{\phi 1}$	I_{ϕ}	m_S	d (H)	$\sqrt{1 + \frac{m_S g d}{\omega^{*2} I_{\phi}}}$	Δf
		m	1/sec	tn ² /m	t/m	m (m)		%
1	Messina Br.	3300	0.077					
2	Akashi Br.	960+1990+960	0.135	9790.	27.57	4(14)	1.074	+7.4
3	Minami-Bisan Br.	274+1100+274	0.324	8007.	32.55	4(13)	1.019	+1.9
4	Kita-Bisan Br.	274+ 990+274	0.355	9398.	32.34	4(13)	1.013	+1.3
5	Shimotsui Br.	940	0.372	6929.	32.41	4(13)	1.017	+1.7
6	Ohnaruto Br.	330+ 876+330	0.308	6390.	29.66	4(12.5)	1.024	+2.4
7	Innoshima Br.	250+ 770+250	0.374	2249.	15.69	2.5(9)	1.015	+1.5
8	Ohshima Br.	560	0.541		7.18			

【参考文献】 1)土木学会・本四連絡橋耐風研究小委員会62年度報告書, 1988年3月。 2)平井 敦: 鋼橋Ⅲ, pp.435-439, 技報堂, 1967。 2')川田忠樹: 現代の吊橋, pp.33-34, 理工図書, 1987。 3)土木学会: 構造力学公式集(第2版), pp.309-311, 技報堂, 1986。 4)瀬戸大橋開通記念特集-本四連絡橋第3回特集号, 完成した橋のプロファイル, 橋梁と基礎, 第22巻, 第8号, pp.15-69, 1988年8月。

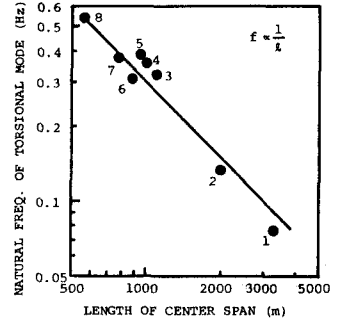


図4 固有振動数：スパン長

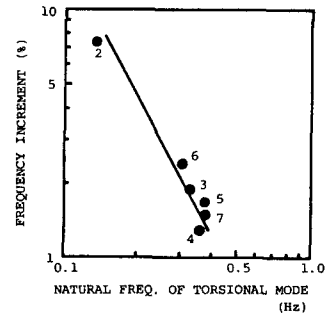


図5 振動数増分：固有振動数

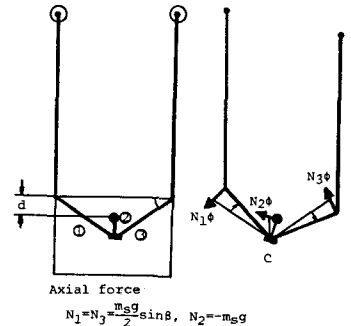


図6 立体解析モデルと変形