

I-364

ALE法による振動物体まわりの粘性流れの有限要素解析

東京電力㈱ 正員 飯島政義
東京工業大学 正員 野村卓史

1. はじめに

流れの中に置かれた構造物はその剛性や流れなどの条件に依存する振動現象を呈するが、このような振動する物体まわりの流れを解析するには、流体と物体との間の時間と共に移動する境界を扱わねばならない。この問題に関して、運動を記述する点が移動するArbitrary Lagrangian Eulerian (ALE)法¹⁾を用いると、移動する境界を正確に記述することができる。本研究は、ALE法で記述された粘性流れの方程式に有限要素法を適用し構造振動方程式と連成させて得られる、流れと構造振動との相関問題における有限要素解析について報告するものである。

2. 流れの基礎方程式と有限要素方程式

ALE法で記述された流れの運動方程式および非圧縮の連続条件式は式(1)(2)(3)のようになる。

$$\rho \{ u_{i,t} + (u_j - v_j) u_{i,j} \} = \rho b_i + \tau_{ij} \quad (1), \quad u_{i,i} = 0 \quad (2)$$

$$\tau_{ij} = -p \delta_{ij} + \mu (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (3) \quad (i, j = 1, 2)$$

ここで、 u は運動を記述する点での流速、 v は記述点の移動速度、 b 、 τ 、 p は物体力、せん断応力、圧力、 ρ 、 μ は流体の密度、粘性係数、 δ_{ij} はクロネッカーのデルタであり、2次元を対象とする。

式(1)(2)にガラキン有限要素法を適用し、流速1次、圧力一定の要素を用いて、有限要素方程式(4)(5)を得る。

$$M_L \dot{u} + K_a(u - v)u + K_\mu u + K_p p = f \quad (4), \quad K_p^T u = 0 \quad (5)$$

ただし、 M_L は密度に関するマトリックス(集中質量)、 $K_a(u - v)$ は対流項に関するマトリックス、 K_μ は粘性に関するマトリックス、 K_p は空間の勾配に関するマトリックスであり、 u 、 v 、 p 、 f はそれぞれ流速、節点(記述点)の移動速度、圧力、物体力および境界上での表面力からなる節点力のベクトルである。

3. 流れと構造振動の連成解析過程

物体は図1のように x 、 y および回転方向に弾性支持されている剛体とし、時刻 $t = t_n$ における構造振動方程式は式(6)のように書き表される。

$$M_S \ddot{x}_s + C_S \dot{x}_s + K_S x_s = f_{s,n} \quad (6)$$

また、図2に示される流れの解析領域 Ω の境界 Γ は、流速が規定される Γ_u と表面力が規定される Γ_t とに分けられる。さらに Γ_u は、振動する物体との境界 Γ_{ub} とそれ以外の境界 Γ_{ua} とに分けられ、これらの区別に従い、流速、節点の移動速度、節点力が式(7)のように

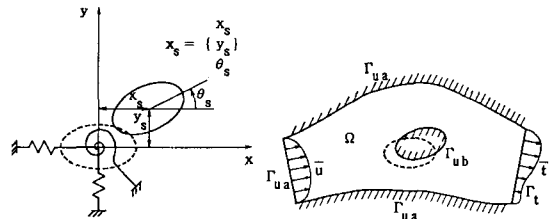


図1. 弾性支持された剛体

図2. 解析領域とその境界

$$u = \begin{Bmatrix} u^{\alpha} \\ u^{\beta a} \\ u^{\beta b} \end{Bmatrix}, \quad v = \begin{Bmatrix} v^{\alpha} \\ v^{\beta a} \\ v^{\beta b} \end{Bmatrix}, \quad f = \begin{Bmatrix} f^{\alpha} \\ f^{\beta a} \\ f^{\beta b} \end{Bmatrix} \quad \begin{matrix} \text{in } \Omega, \text{ on } \Gamma_t \\ \text{on } \Gamma_{ua} \\ \text{on } \Gamma_{ub} \end{matrix} \quad (7)$$

それぞれ分離される。これに伴い式(4)(5)は式(8)(9)のように書き改められる。さらに、積分時間間隔 Δt の間では要素の変形が微小であると考え、式(10)が成り立つと仮定する。

$$M_L^{\lambda} \dot{u}^{\lambda} + K_a(u - v)^{\lambda} u + K_{\mu}^{\lambda} u + K_p^{\lambda} p = f^{\lambda} \quad (\lambda = \alpha, \beta a, \beta b: \text{no sum}) \quad (8)$$

$$K_p^{\alpha T} u^{\alpha} + K_p^{\beta a T} u^{\beta a} + K_p^{\beta b T} u^{\beta b} = 0 \quad (9), \quad K_p^{\alpha T} u^{\alpha}_{n+1} + K_p^{\beta a T} u^{\beta a}_{n+1} + K_p^{\beta b T} u^{\beta b}_{n+1} = 0 \quad (10)$$

ここで、添え字 $n, n+1$ は時刻 $t = t_n, t_{n+1}(=t_n + \Delta t)$ における値を表す。

一方、流体と振動物体との境界 Γ_{ub} 上の節点ではすべりなしの条件より式(11)が成立し、物体が剛体であることから Γ_{ub} 上の節点の移動速度と物体の速度との関係が式(12)のように変換行列 T_θ を用いて与えられ、また、流体力が節点反力の和として求められることから式(13)が与えられる。

$$\mathbf{u}_n^{\beta b} = \mathbf{v}_n^{\beta b} \quad (11), \quad \mathbf{v}_n^{\beta b} = \mathbf{T}_{\theta n}^T \dot{\mathbf{x}}_n \quad (12), \quad \mathbf{f}_{s n} = -\mathbf{T}_{\theta n} \mathbf{f}_n^{\beta b} \quad (13)$$

さらに、式(6)(8)の時間積分にそれぞれ式(14)(15)(16)を適用し式(11)(12)(13)の関係式を用いて、流れと構造振動の連成解析過程を得ることができる。

$$\mathbf{u}_{n+1}^\lambda = \mathbf{u}_n^\lambda + \Delta t \dot{\mathbf{u}}_n^\lambda \quad (\lambda = \alpha, \beta a, \beta b) \quad (14)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_{s n+1} = \dot{\mathbf{x}}_n + \Delta t \ddot{\mathbf{x}}_n \quad (15), \quad \mathbf{x}_{s n+1} = \mathbf{x}_n + \Delta t \dot{\mathbf{x}}_n + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{\mathbf{x}}_n \quad (16)$$

本研究で構成した解析過程は物体の運動に従って流れの場の解析領域を変化させるものであり、時間刻みごとに有限要素が移動、変形するため、流れ解析に必要なマトリックスは毎ステップ作成することになる。

4. 解析例

【静止流体中で振動する円柱】 解析に用いた要素分割の一例を図3に示す（破線：円柱の変位0の時、実線：円柱が変位している時）。まず、円柱変位を $x_s = \frac{d_1}{100} \sin(\omega t)$ と与える強制振動の場合について解析し、円柱に生じる流体力から付加質量係数 C_M 、付加減衰 C_v を求め、図4に示すように線形理論解²⁾にはば一致した結果を得た。次に、密度、粘性係数の異なる2種類の流体に対し、初期変位のみを与えた時の構造減衰のない円柱の自由振動とまわりの流れを解析し、流体による粘性減衰により振動が減衰していく様子が図5のように捉えられた。

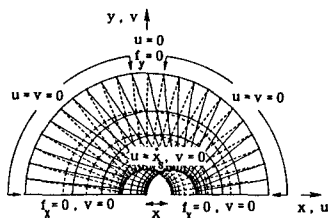


図3. 要素分割図

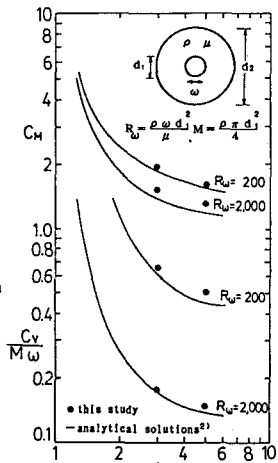


図4. 付加質量係数、付加減衰

【一様流中に置かれた弾性支持された角柱】 図6に示す解析条件のもとで流れと垂直な方向に弾性支持された角柱の振動とまわりの流れを解析した。流入境界で与える流速を図7に示すように連続的に変化させ、変動揚力の周期が角柱の固有周期と近い $Re=200$ の時に応答振幅が増大する結果を得た。

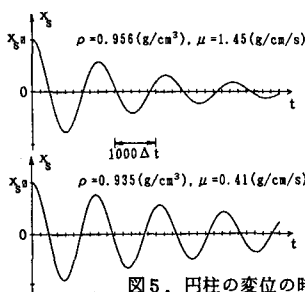


図5. 円柱の変位の時刻歴

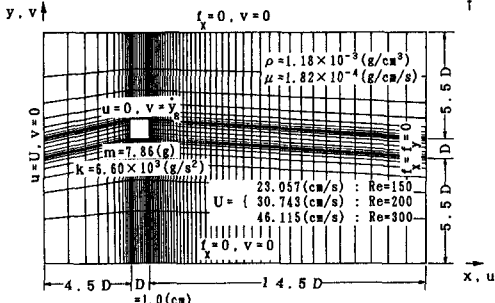


図6. 要素分割図（角柱が一辺長上方に変位した場合）

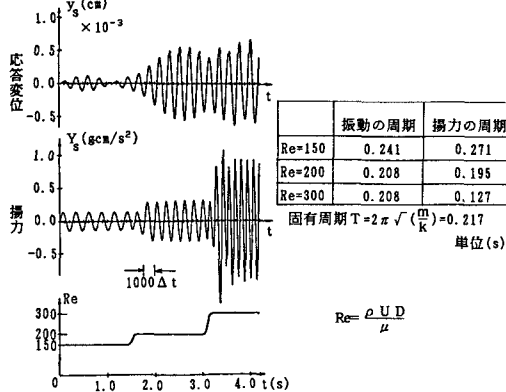


図7. 角柱の応答変位と揚力の時刻歴

参考文献 1) C.W.Hirt, A.A.Amsden and J.L.Cook, "An Arbitrary Lagrangian-Eulerian Computing Method for All Flow Speeds", J.Comput.Phys. 14(1974)227-253 2) S.S.Chen, M.W.Wambsganns and J.A.Jendrzejczyk, "Added Mass and Damping of a Vibrating Rod in Confined Viscous Fluids", ASME J.Appl.Mech. (1976)325-329