

建設省 正員 東野竜哉  
山口大学 正員 會田忠義

### 1. まえがき

構造物の振動制御に用いられる動吸振器（1自由度）は一般にある特定点に設置し、構造全体の制振目標としているが、1次元あるいは2次元分布質量をもつはりあるいは平板等の制振には航空機や人工衛星等の、薄肉面構造に対する拘束減衰材などの利用状況を考えると、これまでと異なった分布質量を持つ動吸振器が有効になる場合があると考えられる。本研究は、

その第1段階として単純ばかりを対象構造物として、これに対する動吸振器として単純ばかり（TMB）を考え（図-1参照）、その制振性能を調査するものである。

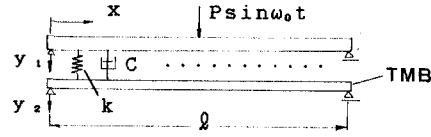


図-1 解析モデル

### 2. 振動系の基礎式

図-1に示すMain Beam（主構造物）とTMBの運動方程式は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} m_1 \frac{\partial^2 y_1}{\partial t^2} + E I_1 \frac{\partial^4 y_1}{\partial x^4} + C \left( \frac{\partial y_1}{\partial t} - \frac{\partial y_2}{\partial t} \right) + k (y_1 - y_2) &= P \sin \omega_0 t \cdot \delta(x-a), \\ m_2 \frac{\partial^2 y_2}{\partial t^2} + E I_2 \frac{\partial^4 y_2}{\partial x^4} + C \left( \frac{\partial y_2}{\partial t} - \frac{\partial y_1}{\partial t} \right) + k (y_2 - y_1) &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

$m_1, m_2$  : はり及びTMBの単位長さ質量,  $E I_1, E I_2$  : はり及びTMBの曲げ剛性,  
 $y_1, y_2$  : はり及びTMBのたわみ

式(1)の振動解を式(2)で表わすとき、運動方程式は式(3)となる。

$$\text{振動解: } y_1 = \sum \rho_{1j} (t) \sin \frac{j\pi x}{l}, \quad y_2 = \sum \rho_{2j} (t) \sin \frac{j\pi x}{l}. \quad (2)$$

$$\left[ D^2 + \Delta_1 D + (\omega_{1j}^2 + \Omega_1^2) - (\Delta_1 D + \Omega_1^2) \right] \left\{ \begin{array}{l} \rho_{1j} \\ \rho_{2j} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{2F}{l} \sin \frac{j\pi a}{l} \sin \omega_0 t \\ 0 \end{array} \right\}. \quad (3)$$

$$\text{ここで } \omega_{1j}^2 = \frac{E I_1}{m_1}, \quad \Omega_1^2 = \frac{k}{m_1}, \quad \Delta_1 = \frac{C}{m_1}, \quad \omega_{2j}^2 = \frac{E I_2}{m_2}, \quad \Omega_2^2 = \frac{k}{m_2}, \quad \Delta_2 = \frac{C}{m_2}, \quad F = \frac{P}{m_1}$$

動吸振器の制振効果を強制力に対する評価と、自由振動に対する減衰効果の評価とにわけて考察する。

(1) 自由振動解の解析:  $\tilde{\rho}_{1j} = \rho e^{i\omega_0 t}$  とおくと特性方程式は次式となる。

$$\left| \begin{array}{cc} m^2 + \Delta_1 m + (\omega_{1j}^2 + \Omega_1^2) & -(\Delta_1 m + \Omega_1^2) \\ -(\Delta_2 m + \Omega_2^2) & m^2 + \Delta_2 m + (\omega_{2j}^2 + \Omega_2^2) \end{array} \right| = 0. \quad (4)$$

ここで 特性根は  $m = -\alpha_k \pm \beta_k$  ( $k = 1, 2$ ) で表わされ、

$$\text{特性根を用いると対数減衰率 } \lambda \text{ は式(5)で表わされる。 } \lambda_1 = 2\pi \frac{\alpha_1}{\beta_1}, \quad \lambda_2 = 2\pi \frac{\alpha_2}{\beta_2} \quad (5)$$

この  $\lambda$  を大きくするように  $k, C, E I_2, m_2$  を調整すればよい。

### (2) 強制振動解の解析

強制振動解を式(6)で表わすとき振幅2乗の無次元量は式(7)で表わされる。

$$\bar{\rho}_{1j} = |\rho_{1j}| \cos(\omega_0 t + \phi). \quad (6)$$

$$\text{ここで } \left( \frac{\rho_{1j}}{U_{stj}} \right)^2 = \frac{\{(-g_{1j}^2 + f_{1j}^2 + d_{1j}^2)^2 + g_{1j}^2 e_{1j}^2\}}{X^2 + Y^2}, \quad (7)$$

$$X = g_{1j}^4 - g_{1j}^2 (1 + f_{1j}^2 + \mu d_{1j}^2 + d_{1j}^2) + (f_{1j}^2 + d_{1j}^2 + \mu f_{1j}^2 d_{1j}^2),$$

$$Y = \{(\mu + 1) g_{1j}^2 - (\mu f_{1j}^2 + 1)\} e_{1j} g_{1j}, \quad \mu = \frac{m_1}{m_2}, \quad f_{1j} = \frac{\omega_{2j}}{\omega_{1j}}, \quad g_{1j} = \frac{\omega_0}{\omega_{1j}},$$

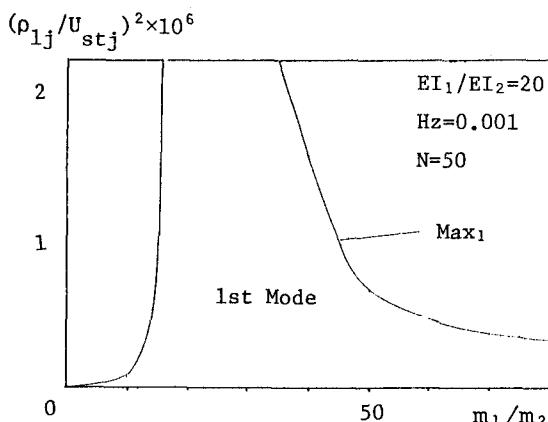
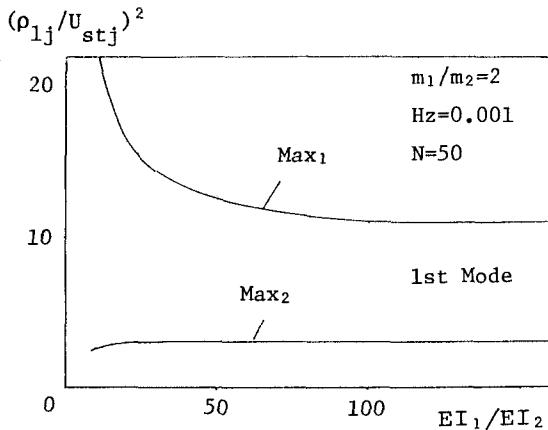
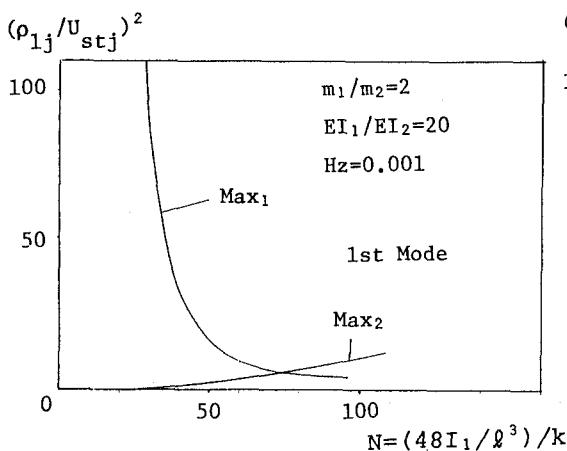
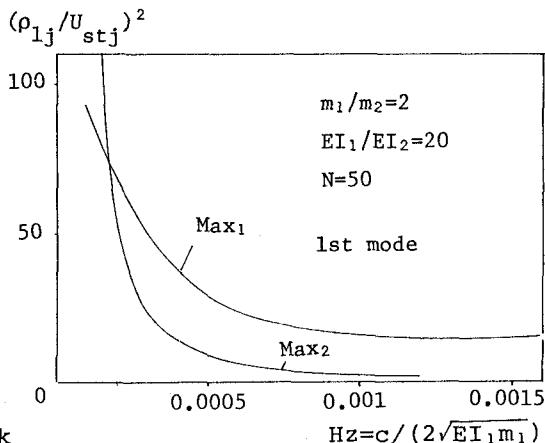
$$d_{1j} = \frac{\Omega_2}{\omega_{1j}}, \quad e_{1j} = \frac{\Delta_2}{\omega_{1j}}, \quad U_{stj} = \frac{2P}{EI_1} \frac{1}{l} \left( \frac{l}{j\pi} \right)^4 \times \sin \frac{j\pi a}{l} \quad (j \text{ 次モードの静的変位}).$$

式(7)を用いて制振効果の大きい状態になるように $m_2$ ,  $EI_2$ ,  $k$ ,  $C$ を調整すればよい。

### 3. 解析結果

$C=0$ のとき式(7)より明らかのように、 $g_{1j}^2 = f_{1j}^2 + d_{1j}^2$ のとき完全に制振可能であるが、 $m_2$ ,  $EI_2$ ,  $k$ ,  $C$ の値を変化させて解析を行なった。解析結果を特に主ぱりの1次モードについてのみ示す。

TMBの質量 $m_2$ , 曲げ剛性 $EI_2$ の変動とともに応答の変化を図-2と図-3に示す。また、吸振器としてのばね( $k$ )及び減衰器( $C$ )の定数の変動とともに応答の変化を図-4と図-5に示す。これらの図中に示したMax<sub>1</sub>, Max<sub>2</sub>は応答曲線に現われた2つのピークを表わす。

図-2  $m_2$ の変動図-3  $EI_2$ の変動図-4  $k$ の変動図-5  $C$ の変動

### 4. 結び

以上の解析結果より次の点が明らかになった。  
①TMBの質量 $m_2$ は大きければ大きいほど制振効果は大きい。  
②TMBの曲げ剛性 $EI_2$ はある程度の柔軟さを持っていれば十分であり、極端に大きくする必要はない。  
③TMBのばね係数 $k$ はある最適値を持つ。これらは他の諸元により決定される。  
④TMBの減衰係数 $C$ もばね係数同様ある最適値を持つ。この $k$ ,  $C$ の両係数はともに、大きすぎればTMBと主ぱりが一体化し、また小さすぎればTMBは吸振できず、どちらの場合もTMBは動吸振器としての機能を持たない。本研究で取りあげたTMBは単純支持の特殊ケースであったが、各種支持状態のTMBあるいは主ぱりより短いTMBによる効果などは興味ある問題であり、目下、検討中である。