

○ 三井物産(株) 正 森本俊昭 名古屋大学 正 二宮公紀  
名古屋大学 正 馬場俊介

### 1 まえがき

構造物の質量状態や剛性状態は時間の経過とともに変化することが予想される。そのため構造物に導入される制御システムには、環境の変化に対応して制御するオブザーバの導入が必要となってくる。構造物の自動制御の分野において、著者ら<sup>1)</sup>は、最適レギュレータ・最小次元オブザーバの導入を提言している。しかし、最小次元オブザーバについては、新たにつぎの2点の改良を行う必要がある。①自由度数の多い構造物に適応可能なオブザーバの構成 ②構造物の質量・剛性などの経年的な変化後のオブザーバの適応力の向上  
このため、オブザーバを構成する際に必要な収束計算の精度を向上させる改良を行い、複素モード解析により状態方程式を作成しているために状態変数が虚数となることに着目して観測値に関しても虚数部を考慮して、さきに述べた2つの問題点を回避することが可能になった(ロバストオブザーバ)。観測値の虚数部の適用の方法およびオブザーバについて以下に述べる。

### 2 状態方程式

状態方程式の状態変数はモードの重みのみであるが、最小次元オブザーバの構成に有利のように、状態変数の一部に観測値を組込める形に変換する。

$$\mathbf{Q}_s(i+1) = \mathbf{A}_s \mathbf{Q}_s(i) + \mathbf{C}_s \mathbf{U}(i) + \mathbf{D}_s \mathbf{F}(i) \quad (1)$$

式(1)が制御システム構成時の状態方程式であり、これをもとに最小次元オブザーバを構成する。つぎに、質量や剛性が経年的に変化した状態方程式を示す。この式は未知であり、観測装置により観測値のみが得られる。この状態方程式により表される挙動がオブザーバにより推定する目標となる。

$$\mathbf{Q}_k(i+1) = \mathbf{A}_k \mathbf{Q}_k(i) + \mathbf{C}_k \mathbf{U}(i) + \mathbf{D}_k \mathbf{F}(i) \quad (2)$$

ここで $\mathbf{Q}$ は状態変数、 $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{D}$ は状態方程式を構成するマトリクス、 $\mathbf{U}$ ,  $\mathbf{F}$ は制御力および外力を示す。添字 $S, K$ は制御システム構成時の状態および経年変化後の状態を示す。

### 3 最適制御則

著者らにより適用された最適レギュレータ制御の制御式は、

$$\mathbf{U}(i) = -\mathbf{E}_s \mathbf{Q}_s(i), \quad \mathbf{E}_s = [\mathbf{R}_u + (\mathbf{C}_s)^T \mathbf{P} \mathbf{C}_s]^{-1} (\mathbf{C}_s)^T \mathbf{P} \mathbf{A}_s \quad (3)$$

であり、これは評価関数として、

$$J = (1/2) \sum \{ \mathbf{Q}_s(i)^T \mathbf{R}_q \mathbf{Q}_s(i) + \mathbf{U}(i)^T \mathbf{R}_u \mathbf{U}(i) \} \quad (4)$$

を採用し( $\mathbf{R}_q$ ,  $\mathbf{R}_u$ は重み係数)、そのリアプノフ方程式、

$$\mathbf{P} = \mathbf{R}_q + \mathbf{A}_s^T \mathbf{P} \mathbf{A}_s - \mathbf{A}_s^T \mathbf{P} \mathbf{C}_s [\mathbf{R}_u + \mathbf{C}_s^T \mathbf{P} \mathbf{C}_s]^{-1} \mathbf{C}_s^T \mathbf{P} \mathbf{A}_s \quad (5)$$

の正定解により求められる。

### 4 ロバストオブザーバ

式(1)のパラメータのみにより構成されたロバストオブザーバは、

$$\bar{\mathbf{Q}}_s(i) = \mathbf{V} \bar{\mathbf{Q}}(i) + \mathbf{H} \mathbf{Y}(i) \quad (6)$$

$$\mathbf{V} = \mathbf{S}_2^{-1} [\mathbf{0}, \mathbf{I}_{n-1}]^T, \quad \mathbf{H} = \mathbf{S}_2^{-1} [\mathbf{I}_1, \mathbf{L}]^T$$

$$\bar{\mathbf{Q}}(i+1) = \mathbf{A}^{**} \bar{\mathbf{Q}}(i) + \mathbf{K}^{**} \mathbf{Y}(i) + \mathbf{C}^{**} \mathbf{U}(i) + \mathbf{D}^{**} \mathbf{F}(i) \quad (7)$$

ここで $\mathbf{Y}(i)$ は式(2)より観測可能な観測値である。そして、 $\bar{\mathbf{Q}}_s(i)$ は $\mathbf{Q}_k(i)$ を目標としたオブザーバによる推定値を表す。上式の $\mathbf{L}$ マトリクスは推定誤差を最小にする係数マトリクス、 $\bar{\mathbf{Q}}$ は状態変数 $\mathbf{Q}_s$ の一部の推定値となる。 $\mathbf{A}^{**}$ ,  $\mathbf{K}^{**}$ ,  $\mathbf{C}^{**}$ および $\mathbf{D}^{**}$ は式(1)より作成されるマトリクスである。

式(7)より $\bar{\mathbf{Q}}$ を推測する場合、観測値 $\mathbf{Y}(i)$ に実部と虚部を考慮している。実際に観測できるのは $\mathbf{Y}^R(i)$ (実部)だけである。そこで観測不可能な $\mathbf{Y}^I(i)$ (虚部)を知るため、既に推測されている1ステップ前の $\bar{\mathbf{Q}}_s(i-1)$

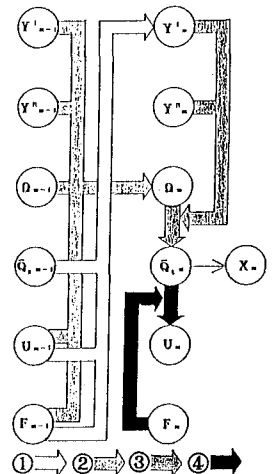


図1 システム構成図

を状態方程式(1)に代入して $\bar{Q}_s(i)$ を計算し $Y'(i)$ を計算することにより問題を回避する。図1は、最小次元オブザーバのシステム構成図である。第mステップでの制御力を計算するために、まず①の矢印で1ステップ前の状態変数から第mステップの観測値の複素数に相当する量を計算する。つぎに②の矢印でオブザーバにより状態変数の一部を計算する。③の矢印でこれらを第mステップでの観測値と合せて第mステップでの状態変数の推測値を作り、④の矢印より制御力を計算する。

推定誤差を最小にする $L$ マトリクスは、評価関数式(4)において $Q_s$ を $Q_k$ に置き換え、制御力 $U(i)$ を式(6)の出力 $\bar{Q}_s(i)$ を用いて計算すると、ロバスト制御の評価関数式となる。ただし、 $E_s$ は式(3)および式(5)の $A_s$ ,  $C_s$ を $A_k$ ,  $C_k$ に置き換えた $E_k$ と考える。

$$J = (1/2) \sum \{ Q_k(i)^T R Q_k(i) + [V \Omega(i) + H Y]^T E_k^T R U E_k [V \Omega(i) + H Y] \} \quad (8)$$

このロバスト制御の評価関数式より $L$ マトリクスを作成する。 $L$ は $A_k$ ,  $C_k$ および $D_k$ が未知であっても計算することが可能である。さらに、 $E_k$ とは独立に存在することになりオブザーバの性能は制御力の有無に影響を受けないことになる。

## 5 解析結果

外乱に地震外力(El Centro地震)を用い、10層骨組ラーメン(高さ50m)により解析を行う。経年変化として各層天井部中央にその層を構成する骨材の50%の質量を付加する。観測装置の配置数の違いによる制御状態の相違を図2に示す。制御装置は10層天井部に1つ配置している。縦軸は変位を横軸には時間(sec)をとっている。4秒ごとに、その区間での絶対最大値を代表値として図にプロットしている。この図には同時に、付加質量50%の場合の最適解も示してあるが、観測装置を5ヵ所に配置した場合の制御状態がほぼ最適解に近いことがわかる。さて、制御力を算出する式(3)は、経年変化前の状態に対して最適である。よって経年変化の種類およびその割合により制御不可能な領域が存在するかもしれない。このことを確かめるため、1層骨組ラーメンから5層骨組ラーメンを用いて質量変化および剛性変化に対して検討する。図3の横軸は質量変化、図4の横軸は剛性変化を示している。縦軸は制御時の最大制御力の比率で表してある。1層ラーメンの経年変化の無い場合に必要の最大制御力を基準としている。システム配置は観測装置・制御装置を最上階天井部中央に配置した。各層天井中央に一定外力を加えている。

## 6 考察

ロバストオブザーバの設計により以下のことが結論づけられる。

- ① ロバストオブザーバは、経年変化前の状態方程式のパラメータにのみにより構成可能である。
- ② 多自由度の構造物に適用可能になり、著しい経年変化に対してもオブザーバは効率よく働く。
- ③ 制御状態は、質量変化に対して適用範囲が非常に広く、剛性変化に対して適用範囲狭い。

剛性変化に対する制御に関しては、新しい制御システムとしてサーボシステムの導入によりその問題を回避することを検討中である。

参考文献 (1) Baba, S., Ninomiya, K., and Hayashi, Y.: "ACTIVE OPTIMAL CONTROL OF STRUCTURE USING AN OPTIMAL OBSERVER", Proc. of ASCE (to be publish)

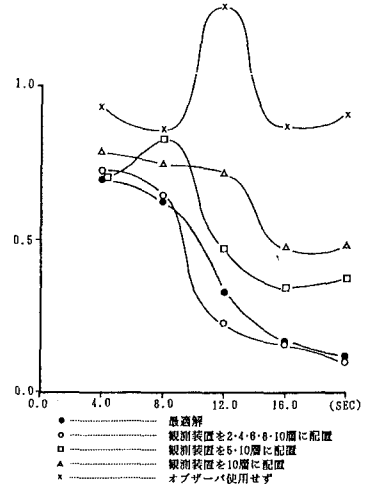


図2 オブザーバの効果

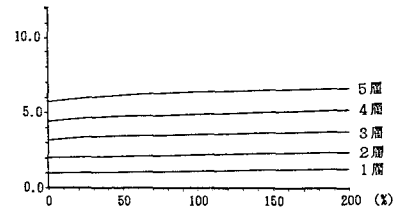


図3 質量変化に対する最大制御力

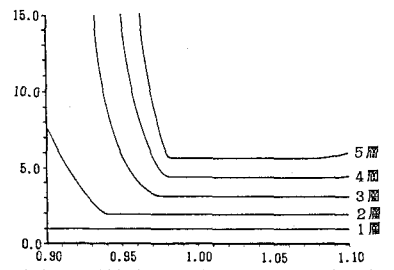


図4 剛性変化に対する最大制御力