

I-346 3次元非線形スロッシング問題の一解析法について

清水建設(株) 技術研究所 (正) 大山 巧 藤井邦雄

1. はじめに

近年、主に風による建造物の振動を抑えることを目的として、TSD(Tuned Sloshing Damper)と呼ばれるスロッシング現象を利用した制振装置が提案されている。スロッシング現象に関する理論的検討は、液体貯蔵タンク等の耐震設計上重要であり、これまで数多くの研究が行われてきた。ただしTSDでは、水深とスロッシング容器の幅の比が液体貯蔵タンクに比べてかなり小さい場合(通常0.1以下)が問題になる。この場合、容器内で発生する波の波高水深比が相対的に大きくなるため、容器内の流体運動は波の非線形性の影響を強く受ける。著者ら¹⁾は、矩形容器を対象にした2次元非線形スロッシングの解析法を提案し、実験結果との比較から手法の妥当性を示すとともに、容器に作用する流体力に及ぼす非線形性の影響を論じた。ただし、実際の容器の設計に際しては、円筒のような3次元な形状を用いるのがより一般的である。そこで本研究では、著者らが先に示した2次元解析法を3次元に拡張した手法を提案し、有限な幅を持つ矩形容器に対する解析結果を2次元解析の結果と比較することにより、手法の妥当性を検証する。

2. 解析理論の概要

(1) 境界積分方程式を用いた定式化： 図-1に示すように3次元容器内に水深hの液体があり、容器がx方向に強制振動するときの流体運動を考える。ただしここでは、容器はy=0の平面S₀に関して面対称形であるとする。このときS₀を通過するエネルギーはなく、S₀は不透過な直立壁面と等価になる。流体運動が速度ポテンシャルφで記述できるものとする、φは領域Ω内でラプラス方程式(連続方程式)、容器壁面S_w、S₀と底面S_Bで不透過条件、自由表面S_Fで非線形境界条件である運動学的、力学的条件を満足する解として求められる。ここでは、著者ら¹⁾が提案した2次元スロッシングの解析法と同様に境界積分方程式を用いた定式化を行う。すなわち、まずΩに3次元グリーン公式を適用し、S_Fでの力学的条件以外の境界条件を代入すると、Ωを取り囲む境界面上の点P(x_p, y_p, z_p)でのポテンシャルφ(P)は次のように与えられる。

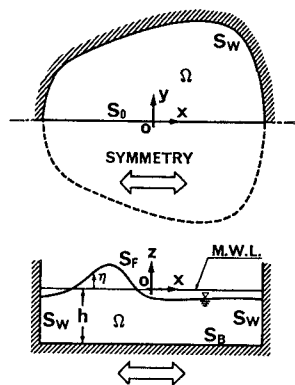


図-1 座標系の定義

$$\alpha(P)\phi(P) + \int_{S_F \cup S_w} \phi \frac{\partial G}{\partial n} ds - \int_{S_F} n_z \frac{\partial \eta}{\partial t} G ds = 0 \quad \text{.....(1)}$$

$$G(P, Q) = (1/r) + (1/r_z) + (1/r_y) + (1/r_{yz}) \quad \text{.....(2)}$$

$$\left. \begin{aligned} r &= \sqrt{(C_x)^2 + (C_y)^2 + (C_z)^2}, & r_y &= \sqrt{(C_x)^2 + (D_y)^2 + (C_z)^2} \\ r_z &= \sqrt{(C_x)^2 + (C_y)^2 + (D_z)^2}, & r_{yz} &= \sqrt{(C_x)^2 + (D_y)^2 + (D_z)^2} \\ C_x &= x_p - x_q, & C_y &= y_p - y_q, & C_z &= z_p - z_q, & D_y &= y_p + y_q, & D_z &= z_p + z_q - 2h \end{aligned} \right\} \text{.....(3)}$$

ただし、α：境界形状に依存した係数(= -∫_{S_F∪S_w} ∂G/∂n ds)、n：境界面での外向き法線方向、n_z：境界面上に立てた法線ベクトルのz成分、Q(x_q, y_q, z_q)：境界面上の点Qの座標、η：静水面からの水面変動量、t：時間である。なお関数Gは、3次元ラプラス方程式の主要解を用いた鏡像法により導かれ、S₀、S_Bで∂G/∂n=0を満足するため、積分方程式中にはこれらの面での積分は現われない。一方、S_F上の力学的条件(圧力方程式)については、重みつき残差法を用いて次のような積分方程式をたてる。

$$\int_{S_F} \omega \left[\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left\{ n_z^2 \left(\frac{\partial \eta}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial Y} \right)^2 \right\} + \gamma \phi + a_x x + g \eta \right] ds = 0 \quad \text{.....(4)}$$

ただし、ω：任意の重み関数、(X, Y)：水面上の点に接し法線ベクトルに直交する平面で定義される局所

直交座標系、 γ : 自由表面の振動の等価線形減衰係数¹⁾、 a_x : 容器の水平入力加速度である。式(1)、(4)の積分方程式の空間的な離散化については、参考文献2)に詳しいので、本報告では省略する。

(2) 逐次計算法 : 離散化された積分方程式を各時間ステップで連立して解くことにより、容器内の水面変動分布および容器に作用する流体力を追跡する。本解析法では、まず境界面上の節点における η 、 ϕ およびそれらの時間偏微分 $\partial \eta / \partial t$ 、 $\partial \phi / \partial t$ を1ステップ前の値のまわりでのテイラー展開する。そして、これらを単位時間ステップあたりの η 、 ϕ の増分 $\Delta \eta$ 、 $\Delta \phi$ で表し、離散化された積分方程式に代入することにより $\Delta \eta_j$ ($j = 1 \sim N_F$, N_F : S_F 上の節点数)、 $\Delta \phi_j$ ($j = 1 \sim N$, N : S_F 、 S_w 上の全節点数)を未知数とした連立方程式を導く。また S_w での圧力 p は、圧力方程式により以下のように求められる。

$$p = -\rho \{ (\partial \phi / \partial t) + (1/2) \{ (\partial \phi / \partial z)^2 + (\partial \phi / \partial s)^2 \} + \gamma \phi + a_x x + g z \} \dots \dots \dots (5)$$

ただし、 ρ : 流体密度、 s : S_w 上の点での容器水平断面における接線方向である。式(5)に n_x (法線ベクトルの x 成分)をかけて S_w 上で積分することにより、容器に作用する水平力 F_x が求められる。

3. 数値計算例

Sun・Fujinoら³⁾の模型実験と同様な矩形容器(長さ $L = 59$ cm、水深 $h = 3$ cm、第1次固有振動数 $f_0 = 0.458$ Hz)を対象に3次元解析を行い、その結果を2次元解析結果¹⁾、実験結果と比較する。解析条件は、加振振幅が0.1cmで加振振動数 f が $f/f_0 = 0.962, 1.051$ の2ケースとした。2次元解析結果では、 $f/f_0 = 1.051$ で流体力の振幅は極大になる。減衰定数 γ の値¹⁾および離散化の際のメッシュ幅 Δx と時間増分 Δt は2次元解析と3次元解析で一致させ($\Delta x/h = 0.67$, $\Delta t \sqrt{g/h} = 0.54$)、3次元解析では容器の幅を3メッシュ分とした。ただし、初期状態は静水状態($\phi = \eta = 0$)とし、定常振動状態になるまで流体運動を追跡した。図-2に、 $f/f_0 = 1.051$ の場合の3次元解析の状況を示す。この場合、容器内には孤立波に似た波が発生しているのがわかる。図-3は、定常振動状態での流体力の時刻歴波形を示したものである。なお、容器の変位波形を実験結果、2次元および3次元解析結果で合わせることで、応答波形の位相を整合させている。図からわかるように、 $f/f_0 = 0.962$ の場合の流体力波形は一周期内に複数の波の峰が存在する複雑な波形になっている。また $f/f_0 = 1.051$ では、図-2に示されるように静水面からの波の峰の高さが谷の深さに比べて大きくなり、流体力波形は先鋭的になっている。これらの現象は、波の非線形効果に関連したものであり、線形理論から求められる正弦波形では流体力を的確に評価できない。図-3より、3次元解析の結果は、実験結果、2次元解析結果と良く一致しているのがわかる。

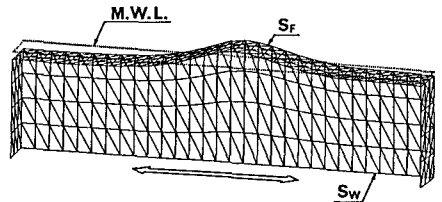
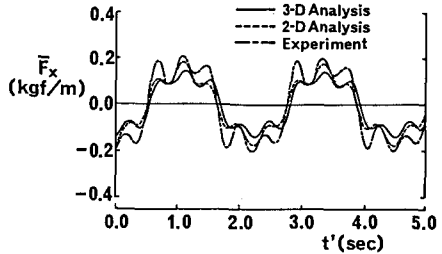
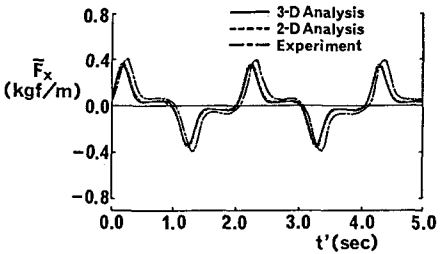


図-2 空間波形 ($f/f_0 = 1.051$)



(a) $f/f_0 = 0.962$



(b) $f/f_0 = 1.051$

図-3 流体力の時刻歴波形

4. おわりに

3次元容器内の非線形スロッシング現象をシミュレートする手法について述べ、矩形容器を対象に解析を行った。その結果、容器に作用する流体力に関して、本解析結果は2次元解析結果および実験結果と良好な一致を示し、解析法の妥当性が確かめられた。今後は、円筒容器を対象に検討する予定である。

1) 大山 巧 : 2次元非線形スロッシング問題の境界要素解析, 構造工学論文集, Vol. 35A, 1989. 2) 境界要素法による非線形回折波力の一解析法, 土木学会論文集II (投稿中). 3) Sun, L.M., et al. : Measurements of Wave Motion and Wave-Induced Force in Tuned Liquid Damper - An Experiment Using Shaking Table -, 土木学会年次学術講演会概要集 I, 1988.