

I-333

剛基盤上の多孔質飽和弾性地盤表面の鉛直コンプライアンス

舞 鶴 高 専 正会員 高谷 富也
神戸大学工学部 正会員 北村 泰寿

1. まえがき 地下水位の高い地盤における構造物と周辺地盤の動的相互作用解析を行う場合、地下水の存在は構造物－地盤系の動的挙動に少なからず影響を与えるものと考えられる。本研究は、Biot¹⁾の理論に基づいた半無限多孔質飽和弾性体表面の円形基礎の動的コンプライアンス問題²⁾をさらに発展させて、不透水性の剛基盤上の多孔質飽和弾性体表面における円形基礎の鉛直コンプライアンスを定式し、鉛直コンプライアンスの数値計算において重要な役割を果たすレイリー波の分散性を調べたものである。

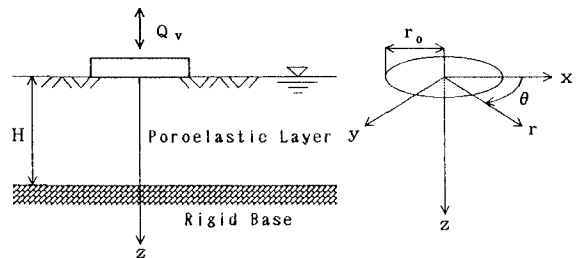
2. コンプライアンスの定式 多孔質飽和弾性体は、空隙を有する弾性骨格と空隙を完全に満たす圧縮性の液体で構成されているものとする（以下、複合体と呼ぶ）。図－1の解析モデルにおいて、弾性骨格と液体の相互作用を考慮した複合体の応力－ひずみ関係と運動方程式は次式のように表わされる¹⁾。

$$\sigma_{ij} = 2\mu e_{ij} + (\lambda e + Q\varepsilon) \delta_{ij} \quad \dots\dots(1) \quad \sigma_p = Qe + R\varepsilon \quad \dots\dots(2)$$

$$\rho_{11}\ddot{\mathbf{u}} + \rho_{12}\ddot{\mathbf{U}} + b(\dot{\mathbf{u}} - \dot{\mathbf{U}}) = \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \text{grad} \{ (\lambda + \mu) e + Q\varepsilon \} \quad \dots\dots(3)$$

$$\rho_{12}\ddot{\mathbf{u}} + \rho_{22}\ddot{\mathbf{U}} - b(\dot{\mathbf{u}} - \dot{\mathbf{U}}) = \text{grad} \{ Qe + R\varepsilon \} \quad \dots\dots(4)$$

ここで、 σ_{ij} 、 e_{ij} ($i, j = x, y, z$) は弾性骨格の応力およびひずみ成分、 σ_p は液体の応力、 $\mathbf{u}$ 、 $\mathbf{e}$ は弾性骨格の変位ベクトルと体積ひずみ、 $\mathbf{U}$ 、 ε は液体の変位ベクトルと体積ひずみ、 λ 、 μ は複合体のラーメの定数、 b は液体の粘性による減衰係数、 Q は弾性骨格と液体の連成弾性係数、 R は液体の圧縮剛性に関する係数、 δ_{ij} はクロネッカーの記号である。また、 ρ_{11} 、 ρ_{22} は弾性骨格および液体の有効密度、 ρ_{12} は質量連成係数である。いま、複合体の密度を ρ とすると、 $\rho = \rho_{11} + 2\rho_{12} + \rho_{22}$ である。



図－1 解析モデルと座標系

本研究では、弾性骨格および液体の変位ベクトルをスカラー・ポテンシャル、ベクトル・ポテンシャルを用いて表わし、複合体の応力－ひずみ関係と運動方程式にフーリエ変換を導入するとともに、文献3)の伝達マトリックス法に基づく方法を適用して変位解を誘導する。この場合、剛基盤面 ($z = H$) における境界条件として、水平面内のすべりのみを許す場合と完全に密着している場合の2つの状態が考えられる。本研究では、剛基盤面と多孔質飽和弾性体が完全に密着している場合を仮定する。すなわち、剛基盤面における変位が零（骨格の水平および鉛直変位 $u_r = u_z = 0$ 、液体の鉛直変位 $U_z = 0$ ）であるという条件を用いてマトリックス積の分解を行えば、各種の分布加振力（等分布加振、剛板分布加振、放物線分布加振）に対する剛基盤上の多孔質飽和弾性体表面の円形基礎の鉛直コンプライアンスは次式のように得られる。

$$J_z^M = \frac{Q_v}{\pi \mu r_0} \int_0^\infty \frac{\delta_3^2 U(\kappa)}{F(\kappa)} J_0(\kappa r) S_M(\kappa r_0) d\kappa \quad (M=U, R, P) \quad \dots\dots(5)$$

ただし、

$$\begin{aligned} U(\kappa) &= 4\kappa^2 \beta_1 \beta_2 G P^- + A_1 (\beta_1 B_2 P^- Q^+ R^+ - \beta_2 B_1 P^+ Q^- R^+) \\ &\quad + A_2 (\beta_1 B_2 P^- Q^- R^- - \beta_2 B_1 P^+ Q^+ R^-) - A_3 (\beta_1 B_2 P^+ Q^+ R^- - \beta_2 B_1 P^- Q^- R^-) \\ F(\kappa) &= (\beta_3^2 + \kappa^2)^2 (B_2 - B_1) (A_1 P^+ Q^+ R^+ + A_2 P^+ Q^- R^- - A_3 P^- Q^+ R^-) \\ &\quad - 4\kappa^2 \beta_3 \{ A_1 (\beta_1 B_2 P^- Q^+ R^- - \beta_2 B_1 P^+ Q^- R^-) + A_2 (\beta_1 B_2 P^- Q^- R^+ - \beta_2 B_1 P^+ Q^+ R^+) \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -A_3(\beta_1 B_2 P^+ Q^+ R^+ - \beta_2 B_1 P^- Q^- R^-) \} + 8\kappa^2 \beta_1 \beta_2 \beta_3 (T_1 P^+ - T_2 Q^+ - 2\kappa^2 G R^+) \\
 P^+ &= \exp(-\beta_1 H) + \exp(\beta_1 H), \quad P^- = \exp(-\beta_1 H) - \exp(\beta_1 H), \quad A_1 = (\alpha_1 - \alpha_2) \beta_1 \beta_2 \beta_3, \\
 Q^+ &= \exp(-\beta_2 H) + \exp(\beta_2 H), \quad Q^- = \exp(-\beta_2 H) - \exp(\beta_2 H), \quad A_2 = \kappa^2 \beta_1 (\gamma - \alpha_1), \\
 R^+ &= \exp(-\beta_3 H) + \exp(\beta_3 H), \quad R^- = \exp(-\beta_3 H) - \exp(\beta_3 H), \quad A_3 = \kappa^2 \beta_2 (\gamma - \alpha_2), \\
 T_1 &= (\gamma - \alpha_1) C + (\alpha_1 - \alpha_2) (\beta_3^2 + \kappa^2) B_1, \quad C = B_2 L_1 - B_1 L_2, \\
 T_2 &= (\gamma - \alpha_2) C + (\alpha_1 - \alpha_2) (\beta_3^2 + \kappa^2) B_2, \quad G = (\gamma - \alpha_1) B_2 + (\gamma - \alpha_2) B_1, \\
 S_U(\kappa r_0) &= J_1(\kappa r_0), \quad S_R(\kappa r_0) = \sin(\kappa r_0)/2, \quad S_P(\kappa r_0) = 4J_2(\kappa r_0)/\kappa r_0
 \end{aligned}$$

ここに、 Q_0 は加振力の合力、 r_0 は円形基礎の半径、 H は層厚、 κ は波数、 $J_0(\cdot)$ 、 $J_1(\cdot)$ 、 $J_2(\cdot)$ は0次、1次および2次のBessel関数である。また、添字Mは加振力の分布型を示し、 $M=U$ (等分布)、 $M=R$ (剛板分布)、 $M=P$ (放物線分布)である。なお、 α_1 、 α_2 、 β_1 、 β_2 、 β_3 、 γ 、 δ_3 、 B_1 、 B_2 、 L_1 、 L_2 の詳細については紙面の都合上文献2)に譲る。

3. レイリー波の分散性 式(5)の分母に現れるレイリー関数 $F(\kappa)$ は地盤の物理的性質を示す特性方程式として極めて重要である。一般に、層状地盤においては、 $F(\kappa)=0$ の根は層厚 H によって複数個存在し、式(5)は複数の特異点を含む積分となり、数値積分には相当の困難を伴う。したがって、水の存在が層状地盤におけるレイリー波の分散性に及ぼす影響も調べておくことは鉛直コンプライアンスを求めるに当たって十分意義のあることである。

本研究では、Halpern⁴⁾の論文で用いられている次の諸弾性定数、密度等の数値に対して、レイリー波の分散性を調べる。

$$\mu = 98 \text{ MPa}, \quad \lambda = 432 \text{ MPa}, \quad Q = 280 \text{ MPa}, \quad R = 274 \text{ MPa}, \quad \nu = 0.3 \text{ (ポアソン比)},$$

$$f = 0.48 \text{ (複合体の間隙率)}, \quad \rho_s = 2.67 \text{ g/cm}^3 \text{ (弾性骨格の密度)}, \quad \rho_f = 1.0 \text{ g/cm}^3 \text{ (液体の密度)}$$

なお、上記の ρ_s 、 ρ_f は素材としての密度であり、有効密度 ρ_{11} 、 ρ_{22} および質量連成係数 ρ_{12} との関係は次式で表わされる⁵⁾。

$$\rho_{11} + \rho_{12} = (1 - f) \rho_s, \quad \rho_{12} + \rho_{22} = f \rho_f \quad \dots\dots\dots (6)$$

また、 ρ_{12} は仮想の密度で、負の値をとる。ここでは、 $\rho_{12}=0.0$ の値に仮定する。

図-2は、無次元加振振動数 $\omega H/V_s$ をパラメータにして、液体の粘性による減衰がない場合($b=0$)について、複合体におけるレイリー波の分散曲線を V_s/V_R (V_R はレイリー波速度)の比で図示したものである。複合体の分散曲線の値は1.0よりも小さいことから複合体のレイリー波速度はせん断波速度(V_s)よりも速いことがわかる。さらに、液体の粘性がレイリー波の分散性に及ぼす影響についても調べる必要があろう。

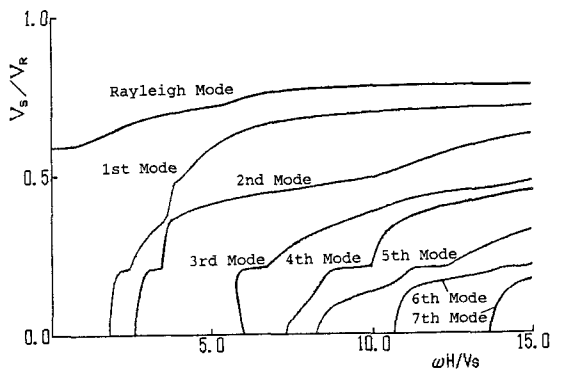


図-2 レイリー波の分散曲線

4. あとがき 本研究では、剛基盤上の多孔質飽和弾性体表面における円形基礎の鉛直コンプライアンスを定式した。紙面の都合上、鉛直コンプライアンスの数値計算において重要な役割を果たすレイリー波の分散性について、液体の粘性を無視した場合の結果のみを示した。なお、講演時には、液体の粘性および分布加振型の違いが鉛直コンプライアンスに及ぼす影響についての結果も示す。

参考文献 1) Biot, M. A.: J. Acoust. Soc. Am., Vol. 28, No. 2, pp. 168-178, 1956. 2) 庄・北村: 構造工学論文集, Vol. 34 A, pp. 855-864, 1988. 3) 高谷・北村・桜井: 土木学会論文集, 第362号, pp. 363-369, 1989. 4) Halpern, M. R., Christiano, P.: Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech., Vol. 10, pp. 609-632, 1986. 5) 小堀・立川: 日本建築学会論文報告集, 第220号, pp. 47-53, 1974.