

I-321

面内変動曲げを受ける扇形腹板の安定を失った後の動的応答

長崎大学工学部 学生員 ○手塚 仁

長崎大学工学部 正 員 高橋和雄

楠片山鉄工所 正 員 夏秋義広

1. まえがき 薄肉 I 型断面曲がり桁の腹板に面内時間的変動曲げが作用すると、特定の振動数領域で係数励振による面外振動が発生する¹⁾。微小変形理論によれば、この面外振動は発散するが、平板においては中央面に生ずる面内力のために、振幅は有限な大きさとなる。したがって、安定を失った後の応答を明らかにするためには、幾何学的非線形を考慮した取り扱いが必要である。そこで、本研究は、平板の有限変形に関する Berger²⁾ の近似式を用いて、時間応答解析法による振幅決定法を提案し、解の有効性、不安定振動の応答振幅、応答に及ぼす減衰力、静的曲げおよびフランジの断面の影響を明らかにするものである。

2. 基礎式および境界条件 図-1 に示すような 1 軸対称の曲がり桁を考える。この曲がり桁の直線辺に、静的曲げのモーメント M_0 と変動曲げモーメント $M_t \cos \Omega t$ の和からなる曲げモーメント M が作用する。このときの扇形腹板内の面内力分布³⁾ は、すでにフランジの存在を考慮して誘導されている。平板の面内ひずみの第 2 不変量を無視しかつ面内変位による慣性力を無視すれば、面内変動曲げを受ける扇形腹板の安定を失った後の幾何学的非線形を考慮した運動方程式は次のように与えられる。

$$L(w) = D \nabla^4 w + \rho d \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r N_r \frac{\partial w}{\partial r} \right) - \frac{N_\theta}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2}$$

$$-N_r \nabla^2 w = 0 \quad (1)$$

ここに、 $N_r = (M_0 + M_t \cos \Omega t) f_1(r)$

$$N_\theta = (M_0 + M_t \cos \Omega t) f_2(r)$$

$$\frac{N_r d^2}{12D} = \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial r} \right)^2 + \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{1}{2r^2} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} \right)^2 = \text{一定} \quad (2)$$

D : 板剛度、 ρ : 板の密度、 d : 板厚、 N_r, N_θ : 面内力、 u, v : 面内変位

w : たわみ、 N_r : 定数(r, θ に無関係): 第 1 不変量

f_1, f_2 : 図-1 の断面の諸元およびポアソン比 ν によって定まる定数

図-1 一般図および座標系

薄肉 I 型断面曲がり桁の補剛材で囲まれた部分を 1 枚の扇形平板に近似する。このとき、フランジの弾性変形を無視するものとする。したがって、曲げに対する境界条件は、直線辺を単純支持とし、円弧辺は次の 2 種類を考える。すなわち、case I: 単純支持、case II: 固定。また、面内方向の変位は全周辺で固定されているものとする。このような場合、式(2)に含まれる面内変位(u, v)は消去でき、 N_r はたわみ w のみを用いて表わされる。

$$N_r = \frac{12D}{\alpha(a^2 - b^2)} \iint w \nabla^2 w r dr d\theta \quad (3)$$

$$3. \text{解法} \quad \text{式(1)の解を次のように仮定する。} \quad w = h \sum_{k=1}^n T_{in}(t) W_{in}(r, \theta) \quad (4)$$

ここに、 $T_{in}(t)$: 未知の時間関数、 $W_{in}(r, \theta)$: 扇形板の固有振動形、 n : θ 方向の半波数

式(4)を式(1)に代入して、Galerkin法を適用すると、次のような非線形連立常微分方程式が得られる。

$$\ddot{T}_{jn} + \omega_j^{n^2} T_{jn} + (\bar{M}_0 + \bar{M}_t \cos \omega \tau) \sum_{j=1}^n E_{ijn} T_{in} + \sum_{j=1}^n F_{ijn} T_{in} \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n G_{kln} T_{kn} T_{ln} = 0 \quad (5)$$

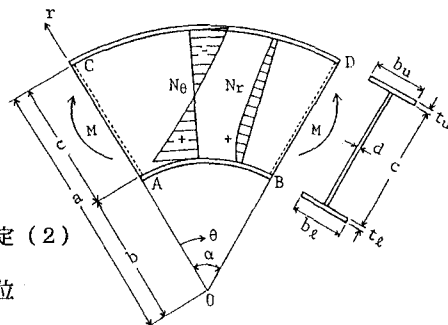
ここに、 $\omega_j^{n^2}$: 無次元円固有振動数、 $E_{ijn}, F_{ijn}, G_{kln}$: Galerkin法の積分項、 $\bar{M}_0 = M_0/M_{cr}$ 、 $\bar{M}_t = M_t/M_{cr}$

$$\omega = \Omega/n_1^2, \quad \tau = n_1^2 t, \quad M_{cr}: \text{座屈曲げモーメント}, \quad n_1^2: 1 \text{ 次の固有円振動数}, \quad \omega_j^{n^2} = n_j^2/n_1^2$$

式(5)を Runge-Kutta-Gill法を用いて、数値積分することによって、時間応答解析を行う。

腹板とフランジの形状を示すパラメーターは次のとおりである。

腹板: $\beta = b/a$ (内外径比)、 α (開き角)、 μ (縦横比) フランジ: $\bar{t}_f = t_f/c$ (厚さ)、 $e_f = b_f/t_f$ (幅)、 $e_w = c/d$



ここに、 $t_f=t_u=t_g$, $b_f=b_u=b_g$ (2軸対称断面), a , c , d , t_u , t_g , b_u , b_g : 図-1に示す形状寸法

4. 数値結果(1)精度の検討 正方形板にきわめて形状に近い扇形板(case I, $\alpha=\pi/18$, $\beta=0.839$)について $\omega_1^1+\omega_2^1$ と $\omega_2^1+\omega_3^1$ の振幅比 $\bar{A}$ (最大応答)と変動曲げの振幅 $\bar{M}_t$ との関係を示すと図-2のとおりである。図中にKármánの式を用いて得られた正方形板の解を併記している。図のように正方形板と扇形板の振幅はほぼ一致している。したがって、本基礎式は近似有限変形理論ではあるが、より厳密なKármánの基礎式による解と同程度の解を与えていることが確認される。

(2) フランジなし扇形板の最大応答 図-3は、フランジのない扇形板($\alpha=\pi/3$, $\beta=0.313$, case I)の不安定領域における最大応答と変動曲げモーメントの振幅との関係を示したものである。縦軸は面外振動の最大値を板厚 d で無次元化した応答振幅であり、横軸は、座屈曲げモーメントで無次元化した変動曲げモーメントの振幅である。最大応答は単純共振が結合共振よりも大きい。つまり結合共振が卓越する長方形板の場合とは異なり、扇形板の特性が現われている。

(3) 減衰力の影響 図-4に、最大応答に及ぼす減衰力の影響をプロットした。減衰力は、振幅の小さい領域で効く。

(4) 最大応答に及ぼすフランジの影響 図-5, 6はフランジ厚とフランジ幅($\alpha=\pi/3$, $\beta=0.5$, case I)を変化させたときの不安定領域($n=1$)の $\bar{M}_t=0.5$ における最大応答を示したものである。単純共振 $2\omega_1^1$, $2\omega_2^1$ はフランジの存在の影響を受けない。しかし、結合共振 $\omega_1^1+\omega_2^1$, $\omega_2^1+\omega_3^1$ の最大応答は、フランジ幅およびフランジ厚が増大するにつれて、最大応答が減少する。

5. まとめ 本論文は、扇形腹板の安定を失った後の応答をBergerの有限変形理論を用いて評価できることを示した。境界条件および静的曲げの影響は当日発表する。

参考文献 1) 高橋・小西・平川・夏秋: 構造工学論文集, Vol. 34A, 1988. 2) Berger, H.M.: J. Appl. Mech., Vol. 22, pp. 465-472, 1955. 3) 平川・夏秋・高橋・平山: 昭和63年度土木学会西部支部研究発表会講演概要集, 1989. 3

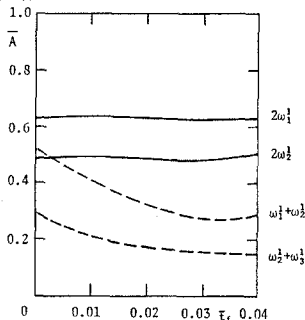


図-5 扇形板の最大応答

(フランジ厚の影響、 $e_w=100$, $\bar{t}_f \times e_f=0.3$)

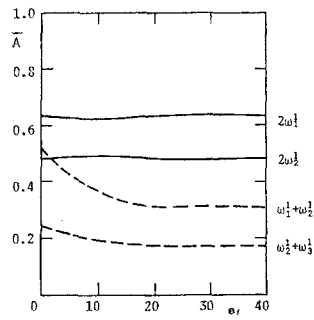


図-6 扇形板の最大応答

(フランジ幅の影響、 $e_w=100$, $\bar{t}_f=0.02$)

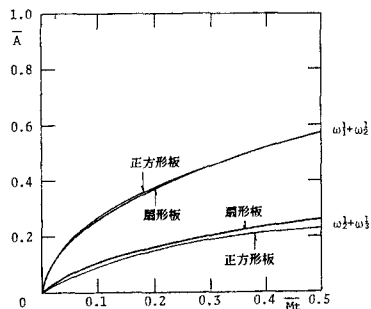


図-2 精度の検討

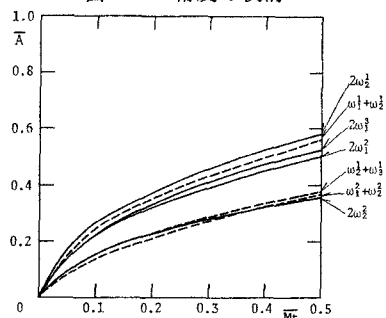


図-3 フランジなし扇形板の最大応答

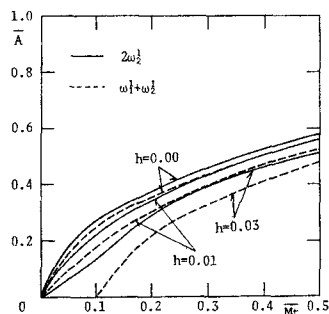


図-4 最大応答に及ぼす減衰力の影響