I-312　複数の切り欠きが梁の固有値に及ぼす影響

熊本大学　学生員　元田　和章　　日本国土開発　正　員　矢津田達昭
熊本大学　正　員　平井　一男　　八代高専　　　正　員　水田　洋司

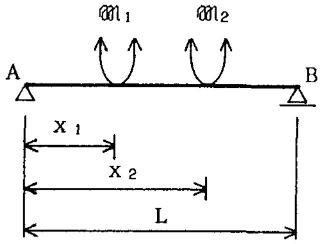
1．まえがき：

橋梁の健全度評価の一つとして、固有振動数・固有モード・減衰定数等の動特性を利用する方法[1)]があり、これまでに動特性の中でも固有振動数が橋梁の損傷により変化するという報告がなされている[2)]。しかし、昨年度の筆者らの研究[3)]では短い切り欠きの場合には変化は少なかった。本年度は切り欠きが２個の場合について解析を行ない、その結果を複数の切り欠きに適用することにした。

2．振動数方程式の導出：

１個の切り欠きの場合は、単純梁に曲げ荷重$\mathfrak{M}$を作用させ、梁に切り欠きを作って解析した[3)]。２個の切り欠きの場合も、図－１のように曲げ荷重$\mathfrak{M}_1$，$\mathfrak{M}_2$により図－２の切り欠きを持つ梁を作り解析する。添え字１，２は切り欠き位置を示す。昨年度と同様の解析を行なって次式を得る。

$$\begin{bmatrix} \dfrac{1}{k_1 \Delta x_1} - \alpha_{11}(\lambda) & -\alpha_{12}(\lambda) \\ -\alpha_{21}(\lambda) & \dfrac{1}{k_2 \Delta x_2} - \alpha_{22}(\lambda) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathfrak{M}_1 \\ \mathfrak{M}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (1)$$



図－１　曲げ荷重

ここで、$k_j = I_{aj}/I_{bj}$，I_{aj}：取り除く部分の断面２次モーメント

I_{bj}：残りの部分の断面２次モーメント，Δx_j：切り欠き幅

$$\alpha_{ij}(\lambda) = M_{Sij} + EI\Sigma \left\{\frac{\lambda}{\lambda_n(\lambda_n - \lambda)}\right\} \Phi_n''(x_i)\Phi_n''(x_j) \qquad (2)$$

ここに、$M_{Sij} = EI\Sigma\Phi_n''(x_i)\Phi_n''(x_j)/\lambda_n$，$i, j = 1, 2$

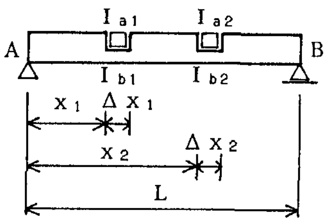
λ　：切り欠きのある梁の固有振動数ω(rad/sec)の２乗

λ_n　：切り欠きのない梁の固有振動数ω_n(rad/sec)の２乗

Φ_n''：n次の正規化モードΦ_nの２階微分

となり、振動数方程式は次式のようになる。

$$\begin{vmatrix} \dfrac{1}{k_1 \Delta x_1} - \alpha_{11}(\lambda) & -\alpha_{12}(\lambda) \\ -\alpha_{21}(\lambda) & \dfrac{1}{k_2 \Delta x_2} - \alpha_{22}(\lambda) \end{vmatrix} = 0 \qquad (3)$$



図－２　２個の切り欠き

このモデルは静定構造物なので、M_{Sij}は０となり、（２）式を考慮して（３）式を解くと、次式となる。

$$K_2\left\{\Sigma\frac{\lambda'}{n^4-\lambda'}\sin^2\frac{n\pi}{L}x_1\right\} + K_1\left\{\Sigma\frac{\lambda'}{n^4-\lambda'}\sin^2\frac{n\pi}{L}x_2\right\} - \left\{\Sigma\frac{\lambda'}{n^4-\lambda'}\sin^2\frac{n\pi}{L}x_1\right\}$$
$$\times\left\{\Sigma\frac{\lambda'}{n^4-\lambda'}\sin^2\frac{n\pi}{L}x_2\right\} + \left\{\Sigma\frac{\lambda'}{n^4-\lambda'}\sin\frac{n\pi}{L}x_1\sin\frac{n\pi}{L}x_2\right\}^2 = K_1K_2 \qquad (4)$$

ここで、$K_1 = L/(2k_1\Delta x_1)$，$K_2 = L/(2k_2\Delta x_2)$，$\lambda' = \lambda/\lambda_1$

そして、固有モードは（３）式で求まったλ_mを（１）式に代入して算出できる。

また、この解析法は切り欠き数個の場合にも容易に適用できる。

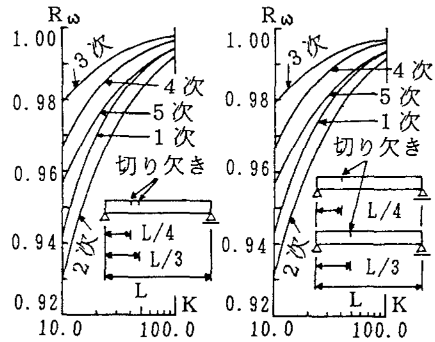
3．数値計算：

簡単のために$K_1 = K_2 = K$として10～100までのKを横軸に、切り欠きのない梁の固有振動数ω_nと切り欠きのある梁の固有振動数ω_mの比($R_\omega = \omega_m/\omega_n$)を縦軸に取った時の関係をグラフに示す。図－３（ａ）は２個の切り欠きがL/3点とL/4点に同時にあるときの変化を示し、（ｂ）は単に１個の切り欠きがL/3点にある

ときのR$_\omega$とKの関係と、L/4点にあるときのR$_\omega$とKの関係との和を示す。この２つを見ると、全ての次数においてほとんど一致していることがわかり、この範囲では重ね合わせの原理が成り立つことが言える。これより、この程度の切り欠き間隔とKの範囲では２個の切り欠きによる相互の干渉作用はほとんどなく、２個の切り欠きを１個の等価な切り欠きに置き換えることができると予想される。

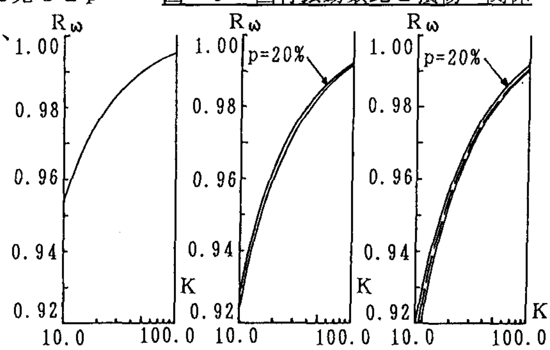
そこで、これらの関係を次数別に見る。２個の切り欠きの中心をC．P．とし、C．P．を定めてスパン長のｐ（0〜20）％の距離に２個の切り欠きを配置する。図－４〜６は１〜３次モードを示しており、縦軸はR$_\omega$で横軸はKである。１次を見るとｐが20％に達してもほとんど変化がないことがわかり、２，３次は１次に比べると少し変化が現れている。しかし、これらの図は縦方向に拡大してあるため大きな変化があるように思われるが、実際には最大で５％程度で、ほとんど変化はないことが判る。従って、ここで考えた範囲では２個の切り欠きを１個の切り欠きに置き換えることが可能であると言える。

また、固有モードに関しては、高次になってもほとんど変化は出なかった。



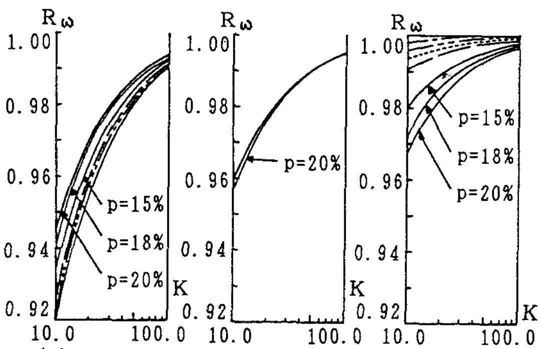
（ａ）　２個同時　（ｂ）　２個の単純和

図－３　固有振動数比と損傷の関係



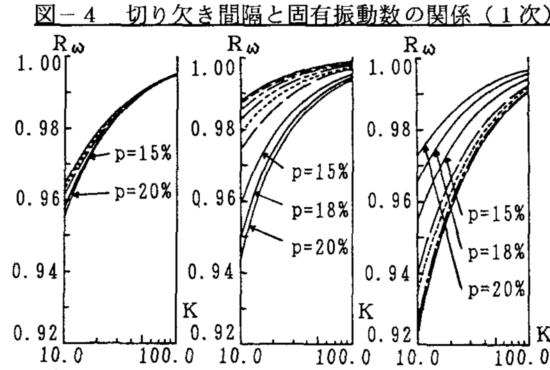
(a) C.P.:L/4　(b) C.P.:3L/8　(c) C.P.:L/2

図－４　切り欠き間隔と固有振動数の関係（１次）



(a) C.P.:L/4　(b) C.P.:3L/8　(c) C.P.:L/2

図－５　切り欠き間隔と固有振動数の関係（２次）



(a) C.P.:L/4　(b) C.P.:3L/8　(c) C.P.:L/2

図－６　切り欠き間隔と固有振動数の関係（３次）

４．結論：

２個の切り欠きを１個の切り欠きに置換できることは、複数個の切り欠きであっても各切り欠きを相互の干渉なしに単なる和とし、１個の等価な切り欠きとみなすことができると言える。また、１個の切り欠きについて立てた基礎式では、その切り欠き幅をどのあたりまで適用できるかが不明であったが（解析では切り欠き幅を微小としている）、２個の切り欠きと１個の切り欠きの相関関係の検討結果より、低次の場合は１個の切り欠き幅はスパン長の２０％まで位は使用できると思われる。

参考文献：

1)川人達男：振動特性による橋梁の健全性調査法に関する研究（その１）、日本道路公団、昭和48年度試験報告　2)西村・藤井・宮本・加賀山：橋梁の損傷評価における力学的挙動の有効性、土木学会論文集、第380号　3)清田・石井・水田・平井：短い切欠が梁の固有値に与える影響度について、年次学術講演会、昭和63年10月　4)水田・平井・内山：切り欠きを持つ梁の固有値特性について、土木構造・材料論文集、第４号