# I-289　斜張橋の鉛直曲げ１次固有周期の算定法の提案

長岡技術科学大学　長井　正嗣
川崎重工業（株）　佐野　信一郎
川崎重工業（株）　小松　貴雄
川崎重工業（株）　水川　洋介

## １．　まえがき

斜張橋の基本計画上、曲げ及びねじり１次振動数が事前に精度良く推定できれば、耐安定性に関する概略検討を行う上で有益と考える。また、斜張橋が長大化する状況の中で支間長の変化に伴う性状の変化が予測できること、更に長大橋の領域での吊橋との比較を行うことは有益と考える。

著者らはマルチケーブル斜張橋の基本計画のための資料作成を行っているが、本文では曲げ１次固有周期について、その算定式の提案を行う。曲げ１次振動モードを仮定し、レーリーの原理により精度の良い固有周期の算定式を誘導する。これより、斜張橋の力学性状に影響を及ぼす主要パラメータを用いた表示が得られ、パラメータの変化に伴う性状変化の予測が容易に行える。

## ２．　モード仮定に関する検討

曲げ振動モードを精度良く推定できれば、固有振動数または固有周期を精度良く求めることができる。しかしながら、振動モードはケーブルと桁の剛比、塔の曲げ剛性等によって変化するため、その正確な推定に困難を伴う。ここでは、中央径間に分布活荷重（ｐ）を満載した場合の変位モードを図－１に示すように２種類考える。図中、モードⅠは剛な塔とスレンダーな主桁を、モードⅡは剛な主桁を想定したものである。これらのモードを曲げ振動モードとみなし検討を行うこととし、その妥当性を数値計算により確認する。

数値計算は中央径間４００，６００，８００ｍ（支間長比＝２．３）のファンタイプマルチケーブル斜張橋に対して行い、６００ｍモデルについては支間長比＝２．１，２．５のケースも考慮した。これより、塔の曲げ剛性（$E_G I_t$）が小さい場合、仮定したモードと静的・動的解析結果の差、更に静的・動的解析結果間の差も大きくなることがわかった。一方、塔の曲げ剛性を大きくすると以上の差は小さくなる。これらより、$E_G I_t / h^3 > 40$程度で比較的良い一致を示すことがわかったが、モードⅠとⅡの差を明らかにすることはできなかった。そこで、仮定した２種類のモードを用いて固有周期の算定式を誘導する。

## ３．　１次固有周期算定式

### （１）　レーリーの原理

仮定したモード$\phi$を用いると、円固有振動数として、

$$\overline{\omega}^2 = \frac{p\int_0^{\ell c} \phi \, ds}{\int_s W\phi^2 \, ds/g} \tag{1}$$

が与えられる。ここに、Wは重量（死荷重）、ｇは重力加速度である。

### （２）　仮定モードによる固有周期

仮定したモード$\phi$（図－１）を式（１）に代入すると、
例えば、モードⅡに対して、

$$T = \frac{2\pi}{\overline{\omega}} = \frac{2\pi\sqrt{\pi}}{\sqrt{g}}\sqrt{\frac{\delta_{max}}{\omega}}\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{1}{8n_{cs}}}\sqrt{1+\gamma} \tag{2}$$

$$\gamma = \frac{1}{3}\left(\frac{W_T}{W_G}\right)\left(\frac{\delta_H}{\delta_{max}}\right)^2 \cdot \frac{1}{n_h} \cdot \frac{1+2\,(h_V/h)}{1/4+1/(8n_{cs})} \tag{3}$$

となり、仮定モードⅠに対しても同様の算定式が誘導できる。

ここに、$\delta_{max}$、$\delta_H$は分布活荷重が中央径間に満載された場合の主桁最大たわみと塔の橋軸方向変位、$\omega$

は分布荷重強度と主桁死荷重強度（$W_G$）の比、$W_T$は塔の死荷重強度、$n_{cs}$は支間長比、$n_h$は塔高さ（桁上）と中央径間長の比である。

（3）　$\delta_{max}$、$\delta_H$が既知の場合

$\delta_{max}$、$\delta_H$が既知の場合、すなわち設計上静的検討が行われた場合に対応するが、式（2）及びモードⅠに対する算定式の精度比較を行う。2．で説明したモデルを用いて固有値解析結果との比較を行ったが、$E_G I_t / h^3 > 40$では5％以下の誤差となり、算定式が高い精度を有していることがわかった。

（4）　$\delta_{max}$、$\delta_H$の推定

基本的な形状と概略重量が設定された段階で$\delta_{max}$、$\delta_H$が推定できれば、この段階で固有周期の推定が可能となる。集中荷重を含む$\delta_{max}$、$\delta_H$の推定式を既に与えたが、トラス桁のように断面2次モーメントがかなり大きくなると誤差も大きくなる。そこで、ここでは分布活荷重のみに着目した以下の推定式を与える。

$$\delta_{max} = \frac{\overline{\beta}\sigma_a}{E_c}\left(\alpha\frac{L_S L_A}{h_T} + \frac{\omega}{1+1.3\omega}\cdot\frac{L_A^2}{h_T}\right),\qquad \delta_H = \frac{\overline{\beta}\sigma_a}{E_c}\alpha\frac{\ell_s^2 + h_T^2}{\ell_s} \tag{4}$$

ここに、$\overline{\beta}\sigma_a$はケーブルの許容応力（$\sigma_a$）に余裕を考慮した値（$\beta = 0.9$）、$E_c$はケーブルのヤング係数、また、$\alpha$は図－2に示す値でケーブルの伸び剛性と主桁の曲げ剛性（$E_G I_G$）の比$\gamma_{cg}$、$\omega = 0.2$に対して与えられる。実橋のp、$W_G$が与えられる場合、図中の値を$6p/(W_G+p)$倍すればよい。また、$\gamma_{cg}$は以下の通り定義される。

$$\gamma_{cg} = 2\frac{E_c}{\overline{\beta}\sigma_a}W_G\,(1+1.3\omega)\,F_1 / (E_G I_G / \ell_c^3) \tag{5}$$

$$F_1 = \frac{a}{2(1+a^2)}\ell_n\left|\frac{1+a^2}{4}\left(\frac{\ell_c}{h'}\right)^2 + a\left(\frac{\ell_c}{h'}\right) + 1\right| + \frac{1}{1+a^2}\left[\tan^{-1}\left\{\frac{1+a^2}{2}\left(\frac{\ell_c}{h'}\right) + a\right\} - \tan^{-1}(a)\right] \tag{6}$$

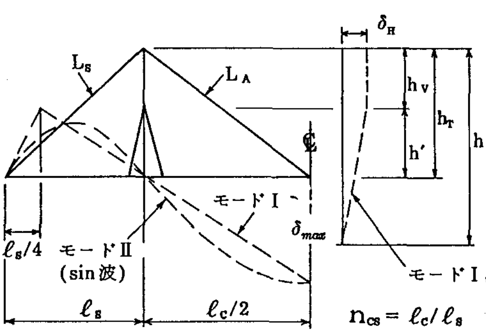
$$a = (2/n_h)\,(1 - h'/h_T) \tag{7}$$

これは、ケーブルの伸び剛性を荷重強度で評価したもので、概略重量から剛比を推定できる形としている。

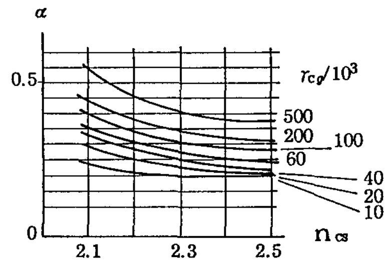
式（4）を用いて、実橋の振動数と比較した所、比較的良い精度で推定できることが確認できた。

## 4．　まとめ

以上、精度の良い曲げ1次固有周期算定式を提案した。紙面の都合で計算例、比較の詳細は説明できなかったが、講演当日発表させていただきたい。




図－1　モード仮定と記号




図－2　α値の算定