

福井高専 正員 ○前島 正彦
 大同工大 正員 酒造 敏廣
 大同工大 正員 水沢 富作
 大同工大 正員 事口 寿男

1. まえがき 欧米では北海油田・アラスカ油田などの開発に伴い多くの海洋構造物が建設され、日本でも Water Front の開発に伴い、今後、多くの海洋構造物の建設が見込まれる。水深が大きくなると、主構造の支持・補剛にケーブルを用いたGuyded Towers, Tension Leg Platforms といったcompliant な構造物が経済的に有利であるといわれる。これらの構造物に使われるケーブルは湿式腐食の環境下にある。腐食環境下での疲労強度は空気中のそれに比べてかなり低下し、また、疲労限界もないといわれている。ケーブルの腐食疲労を考える時、ケーブルの動的挙動を把握する必要があると思われる。

水中に張られたケーブルには、自重の他に浮力や潮流による流体力といったケーブルの変形に大きさや方向が依存する、いわゆる非保存力が作用し、そのつりあい方程式は幾何学的に非線形になる。ここでは、格間行列を二次のAdams-Moultonの積分公式をもとにして逐次修正するTransfer Matrix法によるTension Leg Platformの解析を示す。

2. つりあい方程式 無荷重状態のケーブル長を S_0 、位置を表すパラメータを z ($0 \leq z \leq 1$) とすると、外力を受けている状態でのケーブルの位置ベクトルは、 $\mathbf{r}(z) = x_i(z) \mathbf{e}^i$ で与えられる。ただし、 $\mathbf{e}^i$ は単位直交基底ベクトルで、 $\mathbf{e}^3$ が鉛直上方を示す。ケーブルの接線は、パラメータ z による微分を(')で示せば、 $\mathbf{t} = \mathbf{r}' / S = t_i \mathbf{e}^i$ である。ただし、 $S^2 = \mathbf{r}' \cdot \mathbf{r}'$ である。

ケーブルは張力 p しか担えないものとして、次の張力ベクトル $\mathbf{p} = p\mathbf{t} = p t_i \mathbf{e}^i = p_i \mathbf{e}^i$ を定義する。

水中にあるケーブルの変形後の単位長さ当たりに作用する外力は、自重、 $\mathbf{f}_w$ 、浮力、 $\mathbf{f}_b$ 、潮流あるいはケーブルの運動に対する流体の抗力などの流体力、 $\mathbf{f}_d$ と、ケーブル運動の慣性力、 $\mathbf{f}_m$ である。したがって、ケーブル単位長のつりあい方程式は、

$$\mathbf{p}' + (\mathbf{f}_w + \mathbf{f}_b + \mathbf{f}_d + \mathbf{f}_m)S = 0 \quad (1)$$

外力 $\mathbf{f}_w$ と $\mathbf{f}_b$ は簡単な考察から、 $\mathbf{f}_w = -w\mathbf{g}\mathbf{e}^3$, $\mathbf{f}_b = \rho g A(\mathbf{e}^3 - t_3 \mathbf{t}) / (1 - t_3 \cdot t_3)^{1/2}$ (2)

ここで、 w はケーブルの変形後の単位長さ当たりの質量、 g は重力加速度、 ρ は流体の密度、 A はケーブルの見掛けの断面積である。流体力については一般にMorison式といわれる次の式が使われる。ただし、ここではケーブルの接線方向の流体力は、法線方向の流体力に比べて小さく無視できる物とする。

流速を V_0 、ケーブルの移動速度 $\mathbf{r}$ をとすると、その相対速度は、 $\mathbf{V} = \mathbf{V}_0 - \mathbf{r}$ 、その法線方向線分は、

$$\mathbf{V}_n = \mathbf{V} - \mathbf{V} \cdot \mathbf{t} \mathbf{t} \text{ である。したがって、 } \mathbf{f}_d = \rho C_D \|\mathbf{V}_n\| \mathbf{V}_n + \rho C_M A \mathbf{V}_n \quad (3)$$

ここで、 D はケーブルの見掛けの直径、 C_D は抗力係数、 C_M は質量係数である。

ケーブルの張力と伸びの間にHookeの法則が成立するとすると、 $p = EA(S/S_0 - 1)$ 、ただし、 E はケーブル素材の弾性係数である。これから、逆に、 $S = S_0(1 + p/EA)$ となる。これと接線の方程式から、

$$\mathbf{r}' = S_0(1 + p/EA)\mathbf{t} = S_0(1 + p/EA)p/p \quad (4)$$

図1に示すような浮体(Platform)を一端を海底に固定した数本のケーブルで支持した構造物を考える。浮体のつりあい方程式は、

$$W\mathbf{X}_c - \sum \mathbf{P}_{d_i} + \mathbf{F}_b + \mathbf{F}_d + \sum \mathbf{F}_k = 0$$

$$\mathbf{J} \cdot \boldsymbol{\theta}_c - \sum (\mathbf{R}_{d_i} + \boldsymbol{\theta}_c \times \mathbf{R}_{d_i}) \times \mathbf{p}_{d_i} + \sum (\mathbf{r}_k + \boldsymbol{\theta}_c \times \mathbf{r}_k) \times \mathbf{F}_k + \mathbf{M}_b + \mathbf{M}_d = 0 \quad (6)$$

ここで、 W は浮体の質量、 $\mathbf{p}_{d_i}$ はケーブルの浮体取付端に作用する張力ベクトル、 $\mathbf{X}_c$ は浮体重心の位置ベクトル、 $\mathbf{F}_b$ は浮体に働く浮力、 $\mathbf{F}_d$ は浮体に働く流体力、 $\mathbf{F}_k$ は浮体の自重を含めたその他の浮体に働く外力、 $\mathbf{J}$ は浮体の慣性モーメントテンソル、 $\boldsymbol{\theta}_c$ は浮体重心の回転ベクトル、 $\mathbf{R}_{d_i}$ は浮体の重心からケー

ブル取り付け点への距離ベクトル、 r_k は同じく外力作用点の距離ベクトル、 M_b は浮力によるモーメント、 M_d は流体力によるモーメントである。

また、ケーブル取り付け点で、当然、ケーブル端の位置ベクトルと浮体側の位置ベクトルは等しいので、

$$R_{d,n} = X_c + r_n + \theta \times r_n \quad (7)$$

この方程式系の未知量は、浮体重心の変位と回転ベクトル、ケーブルの張力ベクトルである。浮体へのケーブルの取り付け点の張力と変位は、海底に固定している部分の張力から計算できるので、固定部の張力が未知量と考えられる。

3. Transfer Matrix 法としての定式化 x の関数 y について次の連立微分方程式 $y'(x) = f(x, y)$ を考える。 x 点の関数値 y_0 と $x+h$ の関数値 y_n の関係は、二次のAdams-Moultonの積分公式に三次の導関数項を含めると

$$y_n = y_0 + (y_0' + y_n')h/2 + (y_0'' + y_n'')h^3/6 \quad (8)$$

一次、三次の導関数が、 $y' = A(x, y)y + a(x, y)$ 、

$y'' = B(x, y)y + b(x, y)$ のように書けるとする。 $k+1$ 回目の逐次反復解 $y_n^{(k+1)}$ は、次式で与えられる。

$$\begin{pmatrix} y_n^{(k+1)} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + (A_0 + A_n)h/2 + (B_0 + B_n)h^3/6 & (a_0 + a_n)h/2 + (b_0 + b_n)h^3/6 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_0^{(k)} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (9)$$

表1 カテナリーの厳密解と近似解

スパン	分割数	反復	水平張力	最大たわみ	スパン	分割数	反復	水平張力	最大たわみ
0.500	厳密解	56	.11482	0.39819	0.975	厳密解	435	1.2476	0.09646
	1 0	57	.11501	0.39010		1 0	282	1.2590	0.09551
	2 0	27	.11489	0.39613		2 0	282	1.2505	0.09622
	4 0	25	.11484	0.39767		4 0	282	1.2484	0.09640
	8 0	25	.11482	0.39806		8 0	281	1.2478	0.09644

4. 解析結果 解法の精度を調べるために重力の作用だけで撓んだ典型的なカテナリー曲線を描く場合を解析した。計算は無次元化して行った。 $S_0 = 1$ のケーブルをスパン0.975と0.5に張り渡した場合をケーブル重量とケーブルの伸び剛性の比が 10^{-8} として張力水平成分の誤差が 10^{-8} 以下になるまで計算した結果を表1に示す。この計算には三次の導関数項は入っていない。三次の導関数項の影響を調べるために行った計算例を次に示す。長さ50m、質量15t、伸び剛性 $8 \times 10^8 \text{ kg f}$ のケーブルを水面上の一点とその点から水平に35m離れた水深35mの2点で支持した場合。ただし、単位長に作用する自重と浮力の比は0.1とした。収束誤差は 10^{-5} とした。10、20、40分割のどの場合も収束にいたる反復回数は三次項を考慮した場合も、しない場合も全く同じであった。ケーブルの問題に対しては一次項だけを考慮に入れば十分である。

次に浮体をケーブルで張力支持した構造物の解析を行った。前節で述べたように、この構造物のつりあい方程式は、非線形の連立方程式となるので、Newton-Raphson法を使って解を求めた。7式から張力増分が浮体の変位増分を使って陽な形で得られるので、5式、6式の増分形方程式から張力増分の項が除去でき、ケーブルの本数に係わり無く常に浮体の重心の変形に関する6元の連立方程式となる。長方形の浮体が強張られたケーブルで支持された場合を解析したが、ほぼ流速とケーブル張力が比例する結果が得られた。

動的応答の解析にはNewmarkの β 法を用いた。結果は当日発表する。

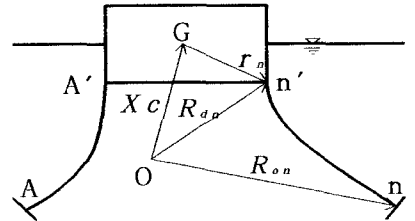


Fig.1 Tension Leg Platform