

I-230

温度を受けるトラス橋の構造解析法

北海道大学工学部 正員 小幡 卓司

北海道大学工学部 正員 渡辺 昇

東洋技研コンサルタント(株) 正員 小笠原 数夫

1. まえがき

一般に、トラス橋の温度応力解析を行う場合、剛性マトリックスを用いた変形法によるコンピュータ解析を行うのが普通である。本論文では、トラスのある部材に生じた温度差による荷重はそれ自体が釣合状態であり、他の部材に影響しない特性に着目して、トラスの軸力影響線の概念、すなわち仮想変位の原理を用いて温度による鉛直変位計算式を誘導するものである。

2. 解析理論

図-1(a)のような単純トラスにおいて部材EFに温度差 Δt によって軸力 S_1 が生じたとする。このときの軸力 S_1 と鉛直変位 y との関係は以下ようになる。

部材EFを想像上切断し、切断部に1組の引張軸力 S_1 を挿入すればこの構造系は図-1(b)の仮想変位 adb を生じる。ここで、距離EFは s だけ短くなり集中荷重 P は鉛直に y だけ沈下するから、

$$S_1 \cdot s + P \cdot y = 0 \quad \therefore S_1 = -P \cdot (y/s) \quad \dots \dots (1)$$

$$P=1 \text{ より } \quad \therefore S_1'' = -y''/s \quad \dots \dots (2)$$

ここで、 $\therefore S_1''$ は S_1 の影響線、 y'' は鉛直変位図である。図-1(a)において $s = \theta \theta \cdot r_1$ 、図-1(b)において $y = a \cdot \theta \theta \cdot (x/l)$ であるから、 $\therefore S_1''$ は図-1(c)となる。そこで、注目部材において温度差 Δt による縮み（伸び）量を s とすれば、鉛直変位 y'' は式(2)の両辺に s を乗じて、

$$\therefore S_1'' s = -y'' \quad \therefore y'' = -\therefore S_1'' s \quad \dots \dots (3) \quad \text{となる。}$$

同様に斜材については、図-2(a)のように、引張軸力 S_2 を挿入すると、仮想変位図は図-2(b)の線 $acdb$ となり P は y だけ仮想変位する。距離EDが s だけ短くなったとすれば仮想変位の原理より、

$$S_2 \cdot s + P \cdot y = 0 \quad \therefore S_2 = -P \cdot (y/s) \quad \dots \dots (4) \quad P=1 \text{ より } \therefore S_2'' = -y''/s \quad \dots \dots (5)$$

ここで、 $\therefore S_2''$ は S_2 の影響線、 y'' は鉛直変位図である。

図-2(a)において $s = \theta \theta \cdot r_2$ 、図-2(b)において $y = c \cdot \theta \theta \cdot (x/l)$ であるから、 $\therefore S_2''$ は図-2(c)となる。

上弦材と同様に、注目部材に温度変位量 s が生じるとき、この温度変位量 s と鉛直変位 y との関係は、

$$\therefore S_2'' s = -y'' \quad \therefore y'' = -\therefore S_2'' s \quad \dots \dots (6) \quad \text{となる。}$$

以上より、静定トラス橋の場合、着目部材に温度差による縮み（伸び）量 s が生じたとき、各節点の鉛直変位は、

$$y'' = -\therefore S'' s \quad \dots \dots (7) \quad \text{となる。}$$

ここで、 $\therefore S''$ は着目部材の影響線、 s は温度差による縮み（伸び）量であり、式(7)の左辺 y'' を温度による鉛直変位図と呼ぶことに(c)する。したがって、式(7)を用いれば静定トラスの温度解析は非常に簡単に行うことができ、コンピュータを用いた複雑な解析を行う必要はない。

なお、図-1(a)あるいは図-2(a)よりわかるように、温度差による軸力 S_1 あるいは S_2 を挿入するとき、その部材を切断するが、そのときのトラス全体の構造系は不安定構造であるので、 S_1 あるいは S_2 以外の部材の軸力はゼロである。

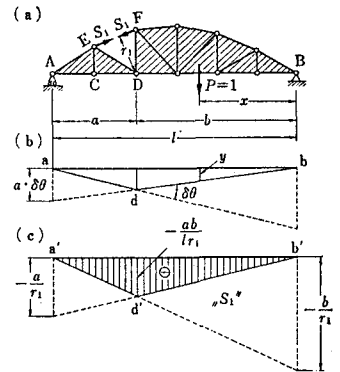


図-1

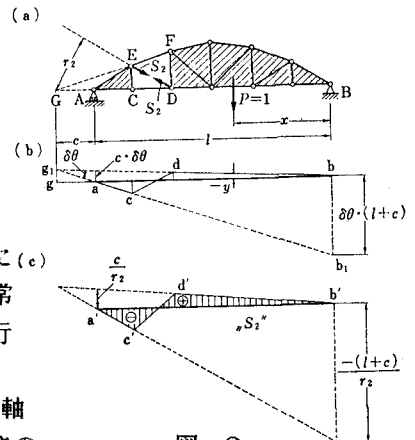


図-2

3. 剛性マトリックスによる温度応力解析

温度差及び外荷重を受ける2次元トラスの剛性方程式は式(8)のように表される。ここで、 X^0 はトラス部材の温度差による節点力を示している。この節点力は温度差による内力によって生ずるトラスの変形を拘束するために加えなければならない力である。また X は、節点に作用する荷重を示している。今、トラス構造物に温度応力のみ生じた状態を考えると、これは自己平衡系であるから外力 $X=0$ であり、式(8)は式(9)となる。また、式(9)の剛性マトリックス K は通常の変形法による剛性マトリックスと全く同一である。したがって、以上の過程をプログラム化しコンピューターで解けばよい。

$$\begin{Bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ X_2 \\ Y_2 \\ \vdots \\ X_n \\ Y_n \end{Bmatrix} = K \begin{Bmatrix} U_1 \\ V_1 \\ U_2 \\ V_2 \\ \vdots \\ U_n \\ V_n \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} X_1^0 \\ Y_1^0 \\ X_2^0 \\ Y_2^0 \\ \vdots \\ X_n^0 \\ Y_n^0 \end{Bmatrix}$$

$$X = K \cdot U + X^0 \quad (8)$$

$$-X^0 = K \cdot U \quad (9)$$

4. 計算例

図-3のようなトラス構造物に対し実際に計算を行ってみる。使用鋼材は全部材 H500×200×10×16とし、荷重ケース1として部材8に、荷重ケース2として部材14にそれぞれ15℃の温度差が生じたとして計算した。表-1はコンピューターによる計算結果、図-4は式(7)により計算した鉛直変位図、表-2は両者の計算結果比較表である。これらの結果より、両者は完全に一致していることがわかる。

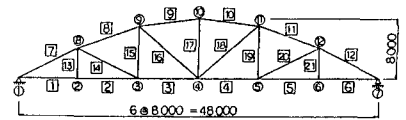


図-3

表-1

トラス上弦材 15℃ (荷重ケース 1) シンブルベーム トラス材材 15℃ (荷重ケース 2) シンブルベーム

1 節点 反力	反力(kgf)	1 節点 反力	反力(kgf)
1	-1694E-01	1	-1443E-02
2	-1473E-02	2	-2552E-03
3	-8727E-02	3	-7547E-03

2 節点 変位	変位(mm)	2 節点 変位	変位(mm)
U 1 =	.0000E+00	U 1 =	.0000E+00
U 2 =	.6324E-07	U 2 =	-.1816E-08
U 3 =	.1305E-06	U 3 =	-.2429E-01
U 4 =	.2119E-06	U 4 =	-.1111E-07
U 5 =	.2723E-06	U 5 =	-.1619E-07
U 6 =	.3387E-06	U 6 =	-.2119E-07
U 7 =	.4018E-06	U 7 =	-.2547E-07
U 8 =	.4625E-06	U 8 =	-.2943E-01
U 9 =	.5203E-06	U 9 =	.7500E-02
U 10 =	.5757E-06	U 10 =	.8571E-02
U 11 =	.6475E-06	U 11 =	.7500E-02
U 12 =	-.3128E-01	U 12 =	-.4288E-02

3 部材 軸力	軸力(kgf)	3 部材 軸力	軸力(kgf)
S 1 =	.1956E-01	S 1 =	-.5443E-03
S 2 =	.2441E-01	S 2 =	-.5443E-03
S 3 =	.1878E-01	S 3 =	.1524E-02
S 4 =	-.3574E-02	S 4 =	.1292E-02
S 5 =	-.4797E-02	S 5 =	.0000E+00
S 6 =	-.1868E-01	S 6 =	.1774E-03
S 7 =	.0000E+00	S 7 =	.1782E-02
S 8 =	.0000E+00	S 8 =	.0000E+00
S 9 =	.4407E-02	S 9 =	.6908E-04
S 10 =	.5105E-02	S 10 =	.6828E-04
S 11 =	.0000E+00	S 11 =	.5232E-03
S 12 =	.0000E+00	S 12 =	.0000E+00

トラス上弦材 15℃ (荷重ケース 1)

$$s = 1.2 \times 10^{-5} \times 15^\circ \text{C} \times 854.40 \text{ cm} = 0.1538 \text{ cm}$$

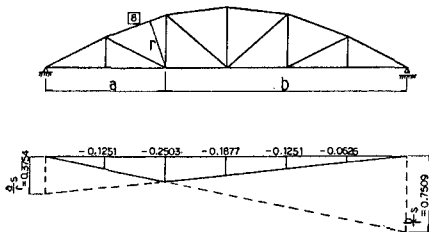


表-2

トラス上弦材 15℃ (荷重ケース 1)

節点	2	3	4	5	6
①	-0.1251	-0.2503	-0.1877	-0.1251	-0.0626
②	-0.1251	-0.2503	-0.1877	-0.1251	-0.0626

トラス材材 15℃ (荷重ケース 2)

節点	2	3	4	5	6
①	-0.1629	0.0343	0.0257	0.0171	0.0086
②	-0.1629	0.0343	0.0257	0.0171	0.0086

- ①：コンピューターによる計算結果
②：式(7)により計算した鉛直変位図

トラス材材 15℃ (荷重ケース 2)

$$s = 1.2 \times 10^{-5} \times 15^\circ \text{C} \times 894.43 \text{ cm} = 0.1610 \text{ cm}$$

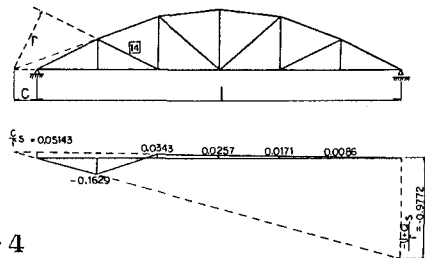


図-4

5. あとがき

表-2に示した通り、本理論を用いれば、静定トラスの温度による鉛直変位は非常に簡単に求められ、複雑なコンピューター解析を必要としない。また、各部材は相互に影響しないため重ね合わせが可能であり、非常に有効であると思われる。

(参考文献) 1) H. C. マーチン「マトリックス法による構造力学の解法」培風館 2) 渡辺 昇「橋梁工学」朝倉書店 3) 小幡、渡辺、佐藤「パソコンによる連続トラス橋の温度応力解析」土木学会北海道支部論文報告集 平成元年2月