I-221　熱流下の孔やクラックを有する無限薄板の面外曲げ

○名古屋市　正会員　富田彰範
名古屋工業大学　正会員　長谷部宣男
名古屋工業大学　正会員　中村卓次

〔まえがき〕　図-1に示すように孔を有する無限板に一様な熱流が流れている場合について考える。板厚方向の温度が直線的に変化する場合や熱伝導率kが板厚方向に直線的に変化している場合は板厚方向の熱流の流れが図-2に示すように直線的に変化する。この場合の一般形は板厚方向に温度勾配のある熱流(A) と板厚方向に一様な熱流(B) の場合とを重ね合わせることにより求めることができる。熱流(B) の場合は平面問題として取り扱うことができ，文献〔1,2 〕にすでに報告した。ここでは熱流(A) の場合の薄板の曲げ問題について熱弾性解析を行う。境界条件としては自由境界を用い，孔を有する無限板について一般解を求める。解析例として円孔から発生したクラックを有する無限板をモデルとし曲げモーメント分布，応力拡大係数を求め考察を行う。

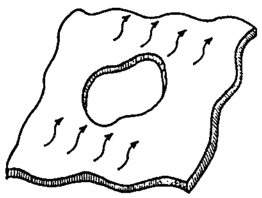

図-1　孔を有する無限板中を流れる熱流

★★　解法　★★

任意形状の孔についての一般解を求めるために有理型写像関数を用い，複素応力関数を求める。熱流による変位の項が一周するとくい違いを生じる関数を含むためこのくい違いを打ち消すような dislocation を有する関数を考え，求めたい複素応力関数が孔周上で境界条件を満足するように複素応力関数を決定する。

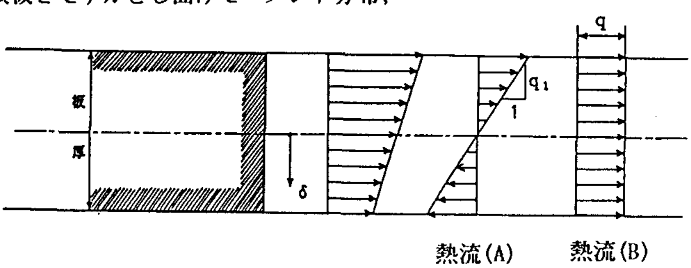

図-2　板厚方向の熱流

★★　解析結果および考察　★★

解析例として図-3に示す円孔から発生したクラックを有する形状をモデルとする。熱流とx軸がなす角βはβ=0と$\beta=\pi/2$について解析する。任意方向の場合はβ=0と$\beta=\pi/2$の結果を重ね合わせることにより求めることができる。

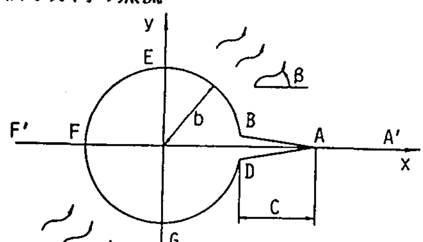

図-3　円孔から発生したクラックを有する無限板

●曲げモーメント分布

図-4にc/b=1，ポアソン比ν=0.25，β=0の場合のθ方向（境界線方向）の曲げモーメントの分布を示す。クラック先端では$M_y \to -\infty$の応力集中が生じている。板厚方向の応力は直線的に変化するものとし，中央面からの距離δの符号は中央面から下側をプラスにとっているため，板の上端において引張りの最大応力が生じている。

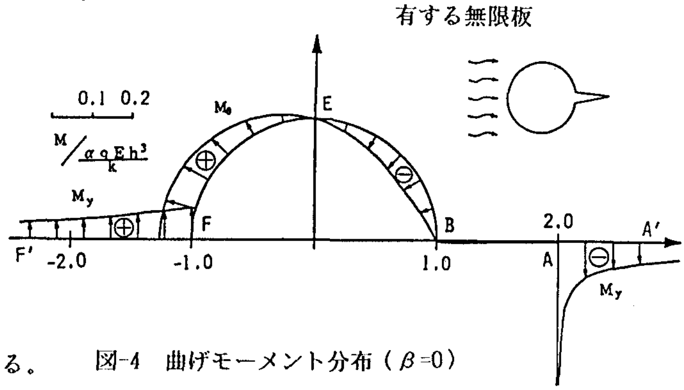

図-4　曲げモーメント分布（β=0）

●応力拡大係数

薄板の曲げおよびねじりの応力拡大係数 K_B，K_S を次式で無次元化した F_B，F_S を用いる。〔3〕

$$F_B + iF_S = \frac{k}{\alpha q_1 \delta E}\frac{K_B+iK_S}{\sqrt{(C/2)^3}}$$

図-5に F_B の値を，図-6に F_S の値を示す。F_B 値は大部分において ν が大きいほど大きな値をとっている。逆に F_S 値は大部分において ν が大きいほど小さな値をとっている。したがって曲げモードに関しては ν が小さい方が，ねじりモードに関しては ν が大きい方が安全となる。

●クラック先端での応力比

ここでは自由境界における熱流(B) の場合と熱流(A) の場合との応力比を求める。熱流(A) と熱流(B) とでは破壊形態が違うため，熱流(A) と熱流(B) がクラック先端にどのような影響を与えるかを調べる。

図-7に $q/q_1\cdot\delta=1$ における $\beta=0$ の場合の σ_y の応力比を示す。$q/q_1\cdot\delta>1.0$ の場合は図中の線より上方へ，$q/q_1\cdot\delta<1.0$ の場合は下方へ移動することになる。図-7より ν の値が大きいほど熱流(A) による応力が小さいことがわかる。また応力比は右下がりの曲線となり c/b が大きくなるにしたがい熱流(A) に対する熱流(B) による影響が減ってきていることがわかる。

〔まとめ〕

板厚方向に温度勾配のある一様熱流が孔を有する無限板中を流れている場合の薄板の曲げ問題の外力境界の一般解を求めた。解析例として円孔から発生したクラック形状を有する無限板をモデルとして自由境界について解析を行い，曲げモーメント分布，応力拡大係数を求めた。板厚方向に温度勾配のある場合（薄板の曲げ問題）と勾配のない一様な熱流の場合（平面問題）とのクラック先端での応力比を求め考察した。

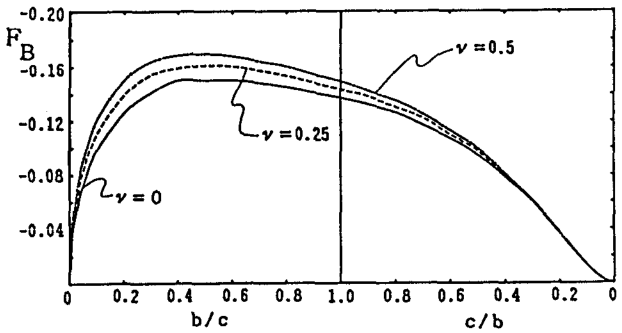

図-5 F_B 値

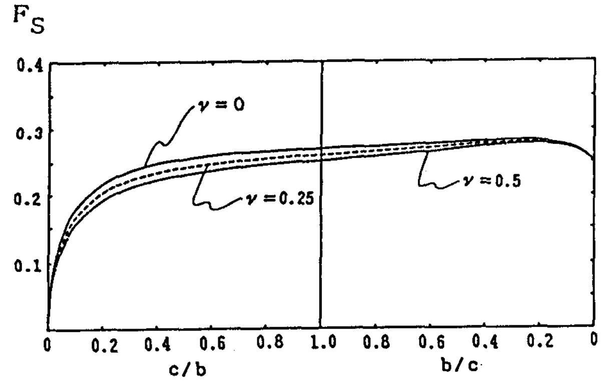

図-6 F_S 値

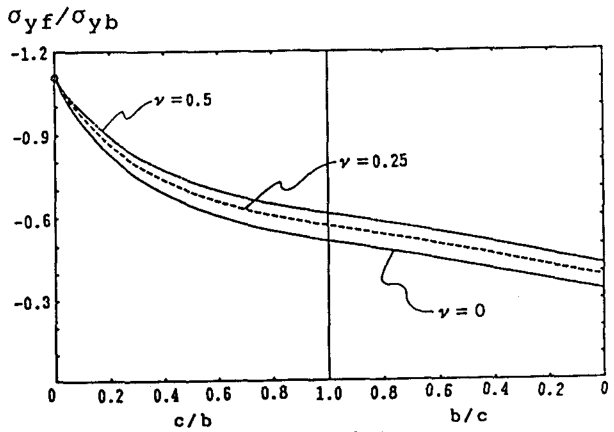

図-7 クラック先端での応力比

（熱流(B) の応力／熱流(A) の応力）

文献 〔1〕N.Hasebe.A.Tomida and T.Nakamura,Journal of Thermal Stresses 11;381—392(1988)

〔2〕N.Hasebe,Tomida and T.Nakamura, Solution of displacement boundary value problem under uniform heat flux, Journal of Thermal Stresses (in print)

〔3〕N.Hasebe,Journal of Engineering Mechanics 110;37-48(1978)