

I-219

クラックテンソルによるクラック間の力学的相互作用の考察

東北大学大学院 学生員 ○仲沢 武志
 東北大学工学部 正 員 佐武 正雄
 東北大学工学部 正 員 岸野 佑次

1. まえがき コンクリートや岩石のようなぜい性材料を解析する際には、プロセスゾーンのモデル化が問題となる¹⁾。このモデル化においては、プロセスゾーンの中の微視的クラックが巨視的力学特性に及ぼす影響を明らかにすることが重要である。筆者らは、微視的クラックの力学的効果をEshelbyの楕円体介在物法より求められる固有ひずみ(eigenstrain)²⁾で評価し、これと微視的クラックの空間分布を表現するクラックテンソル³⁾との対応づけを行った⁴⁾。そこでは、クラック間の力学的相互作用は考慮されていない。そこで、これを擬似応力(pseudo-traction)⁵⁾の考え方を導入し、それがクラックテンソルの関数として算出できるものと考えた場合について考察した。本文は、その概要を簡単な例題とともに示したものである。

2. 楕円体介在物法によるクラックの力学的表現²⁾とクラックテンソルとの関係

Eshelbyの楕円体介在物法を図-1のような2次元スリット状クラック問題に適用した場合、平均化する領域の面積をAとすれば、平均的な固有ひずみ ε_{ij}^* とクラックテンソル

$$F_{ij} = \frac{1}{A} \sum_{\mathbf{n}} f_{ij} = \frac{2\pi}{A} \sum_{\mathbf{n}} a^2 n_i n_j \quad (1)$$

の関係は、クラック間の力学的相互作用を考慮しない場合、平面応力状態に対して次式のように求められる⁴⁾。

$$\varepsilon_{ij}^* = L_{ijkl} \sigma_{kl} \quad (2)$$

ここに、Eは母材のヤング係数、aはクラックのサイズを、 n_i はクラック面法線ベクトルを示す。また、 $L_{ijkl} = (F_{ik} \delta_{jl} + F_{jk} \delta_{il}) / (2E)$ 、 δ_{ij} はクロネッカーのデルタである。ただし、母材は等方材料とする。

3. クラック間の相互作用のモデル化

(1) クラック面における応力条件 クラック間の力学的相互作用を考慮しない場合のクラック面における応力条件は、N番目のクラックについて、

$$n_i (\sigma_{ij} + \sigma_{ij}^*) = 0 \quad (3)$$

である。上式における σ_{ij}^* は2.で述べた固有ひずみに対応する応力である。

また、クラック間の力学的相互作用を考慮する場合、(3)式を次のようにする。

$$n_i (\sigma_{ij} + \sigma_{ij}^* + \sigma_{ij}^p) = 0 \quad (4)$$

ここに、 σ_{ij}^p は、近接するクラックの存在による応力の変動を表す付加的な応力テンソルであり、ここでは、擬似応力と呼ぶことにする。

(2) 擬似応力の算出 擬似応力 σ_{ij}^p は σ_{ij} 、クラック密度、およびその方向等の関数であると考えられる。そこで、ここでは、擬似応力がクラックテンソルと σ_{ij} の関数であるとする。

$$\sigma_{ij}^p = g_{ij}(\mathbf{F}, \mathbf{g}) \quad (5)$$

簡単のため、1次の項のみ考慮すれば、比例係数bを用いて、

$$\sigma_{ij}^p = b (F_{ik} \delta_{jl} + F_{jk} \delta_{il}) \sigma_{kl} \quad (6)$$

と表すことができる。これは、 σ_{ij}^p は σ_{ij} に比例すると仮定したことに相当する。

(3) 擬似応力を考慮した場合の固有ひずみとクラックテンソルの関係 擬似応力を考慮した場合、(2)式の L_{ijkl} を次式のように書き換えればよい。

$$L_{ijkl} = \frac{1}{2E} \{ (F_{ik} \delta_{jl} + F_{jk} \delta_{il}) + b (F_{im} F_{mk} \delta_{jl} + F_{jm} F_{mk} \delta_{il} + F_{il} F_{jk} + F_{jl} F_{ik}) \} \quad (7)$$

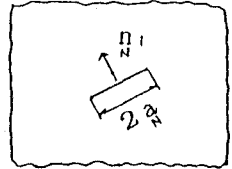


図-1 スリット状クラック

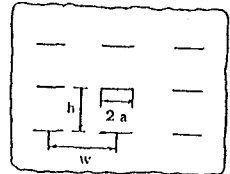


図-2 規則的配列のクラック

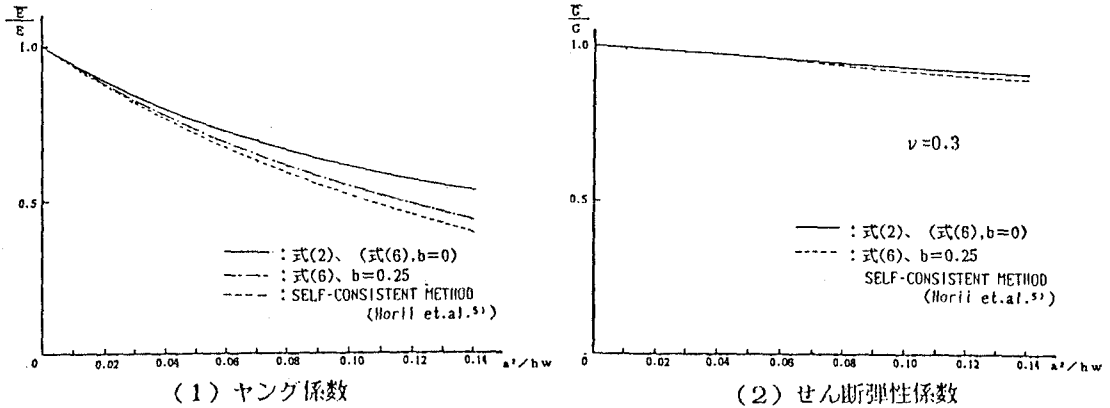


図-3 クラック密度に対する弾性係数の変化

4. コンプライアンスおよびエネルギー解放率の評価 クラックテンソルと固有ひずみの関係(2),(7)式をコンプライアンスおよびエネルギー解放率の算出に適用すれば次式のようになる。

$$\varepsilon_{ij} = \{D_{ijkl} + L_{ijkl}\} \sigma_{kl} \quad (8)$$

$$g' = \frac{\partial}{\partial \langle a \rangle} \left\{ -\frac{1}{2} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}^* \right\} = \frac{\partial}{\partial \langle a \rangle} \left\{ -\frac{1}{2} L_{ijkl} \sigma_{ij} \sigma_{kl} \right\} \quad (9)$$

ここに、 D_{ijkl} は母材のコンプライアンス、 g' は単位領域あたりのエネルギー解放率を、 $\langle a \rangle$ は平均クラックサイズを表す。簡単な例題として図-2のような規則的にクラックがある場合⁵⁾に適用すれば、母材の弾性係数に対するクラックを考慮した全体的な弾性係数の比は、次式のように求めることができる。

$$\frac{\bar{E}}{E} = \frac{1}{1 + 2 \frac{\pi a^2}{hw} \left\{ 1 + 4b \frac{\pi a^2}{hw} \right\}} \quad \frac{\bar{G}}{G} = \frac{1}{1 + 2 \left(\frac{G}{E} \right) \frac{\pi a^2}{hw} \left\{ 1 + 2b \frac{\pi a^2}{hw} \right\}} \quad (10)$$

ここに、 G は母材のせん断弾性係数を表す。図-3にこれらの関係を示す。 $b=0.25$ の場合、堀井等による self-consistent method による解に近い結果が得られる。また、 $b=0$ の場合はクラック間の力学的相互作用を考慮しない場合に帰着することになる。

5. あとがき ここでは、図-2のようなごく簡単な場合のみ示したが、ランダムなクラック分布についても、これを F_{ij} で統計的に表現することにより、材料の力学特性を評価することが可能となる。

本文での議論は、2次元スリット状クラックという特殊な場合のものである。今後は、この概念を一般化すると共にパラメータとして扱った係数 b の合理的な決定法さらに様々な微視構造への応用等について考察進めたいと考えている。

参考文献

- 1) International Workshop on Fracture Toughness and Fracture Energy -Test Methods for Concrete and Rock-, Tohoku University, 1988
- 2) T.Mura: Micromechanics of Defects in Solids, 2nd ed., Martinus Nijhoff, the Hague, 1987
- 3) M.Oda, K.Suzuki and T.Meshibu: "Elastic Compliance for Rock-like Materials with Randon cracks", Soils and Foundations, Vol. 24, No. 3, pp. 27-40, 1984
- 4) 仲沢、佐武: クラックテンソルによるぜい性材料の力学特性の解析、土木学会東北支部技術研究発表会講演要項集、1989
- 5) K.Sahasakmontri, H.Horii, A.Hasegawa and F.Nishino: "Mechanical Properties of Solids Containing a Doubly Periodic Rectangular Array of Cracks", Structural Eng./Earthquake Eng., Proc. of JSCE Vol. 4, No. 1, pp. 125-135, 1987