

## I-165

## 複数多次元非正規確率場の数値シミュレーション法

東京大学生産技術研究所 正員 山崎文雄

1.はじめに 確率場(確率過程)の数値シミュレーション<sup>[1]</sup>は、構造物に作用する荷重の時刻歴変動や構造物の材料特性値の空間変動などの表現法として、広く利用されている。特に、正規分布に従う複数多次元確率場のシミュレーション法については、Shinozukaら<sup>[2]</sup>によって三角級数モデルによる一般化がなされている。一方、非正規分布の確率場のシミュレーションは、解析的な表現が困難であるが、著者ら<sup>[3],[4]</sup>によって繰り返し計算に基づく数値的な手法が、多次元確率場については提案されている。今回、さらにこの手法を複数多次元確率場のシミュレーションにまで拡張したので、ここに報告する。

2.複数多次元正規確率場のシミュレーション法  $n$ 次元空間内に相関を持った $m$ 個の定常正規確率場(期待値0)が存在するとする。この確率場の空間変動特性は、相互パワースペクトル密度行列 $S^0(\mathbf{k})$ で規定される。これを $S^0(\mathbf{k}) = \mathbf{H}(\mathbf{k}) \bar{\mathbf{H}}(\mathbf{k})^T$ と分解し(→は複素共役)、これとランダム位相角を用いて、サンプル関数の三角級数モデルによるスペクトル表現<sup>[2]</sup>が可能となる。またこのサンプル関数から、 $n$ 次元の相互・パワースペクトル密度が計算でき、さらには、それらのアンサンプル平均をモンテカルロ法で求めることができる。これらの演算は、高速フーリエ変換(FFT)の利用により効率的に実行できる。

3.複数多次元非正規確率場のシミュレーション法 生成された複数多次元正規確率場を確率分布関数上で写像することにより、同一の期待値と標準偏差を有する任意の確率分布の確率場が生成される。この写像により得られた確率場の相互・パワースペクトル密度を求め、目的とするものと比較し、これらの差が充分小さくなるまで、正規確率場を生成するための相互・パワースペクトル密度の更新、正規確率場の生成、非正規分布への写像の手順を繰り返す(図-1)。ここで相互・パワースペクトル密度の更新に際して、新たにスペクトルの平滑化操作を導入している。例題として、図-2に示す2種の $\beta$ 分布に従う強い正の相関( $\rho=0.7$ )を持つ2変数2次元確率場のシミュレーションを行った。なお、一般に相互スペクトルは複素数であるが、例題では虚部は0とした。図-3に目的とする相互・パワースペクトル密度を、図-4,5に3回の繰り返し計算後の $\beta$ 分布確率場のサンプル関数を示す。図-6には100個のサンプル関数のアンサンプル相互・パワースペクトル密度を示すが、比較的良くターゲットのスペクトル密度と一致している。なお図-6の誤差は、主に正規確率場を生成する時点でのもので、確率分布形の変換による部分は小さい。また図-7に示すサンプル関数の累積確率も、目的関数を良く満たしている。今後この手法の適用性についてさらに検討を進めるとともに、地震動のシミュレーションなどへの実際的な応用を計っていきたい。

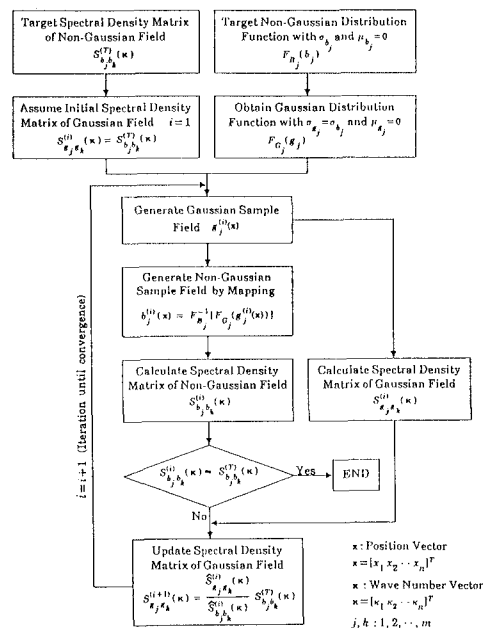


図-1 複数多次元非正規確率場の数値シミュレーションのフロー

- [1] 星谷勝(1974). 確率論手法による振動解析, 鹿島出版会.  
 [2] Shinozuka, M., and Jan, C-M. (1972). "Digital Simulation of Random Processes and Its Applications," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 25, No. 1, pp. 111-128.  
 [3] 山崎文雄・篠塚正宣(1986). 任意の確率分布を有する多次元ランダム過程のシミュレーション法, 第41回土木学会年次大会.  
 [4] Yamazaki, F., and Shinozuka, M. (1988). "Digital Generation of Non-Gaussian Stochastic Fields," *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 114, No. 7, pp. 1183-1197.

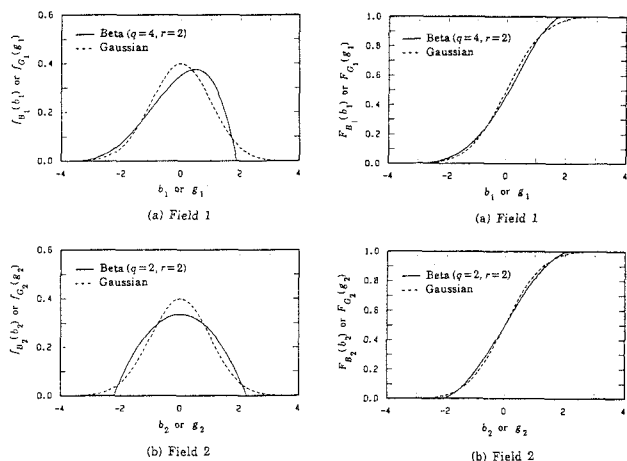


図-2 ターゲットの確率密度関数と確率分布関数

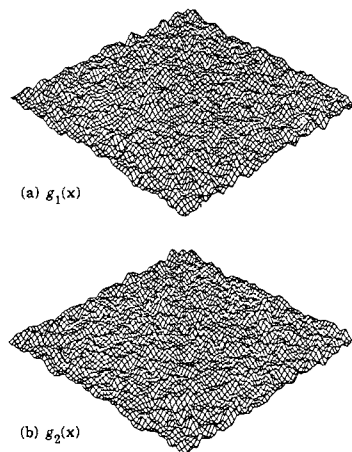


図-4 2変数2次元確率場のサンプル関数 ( $\beta$ 分布)

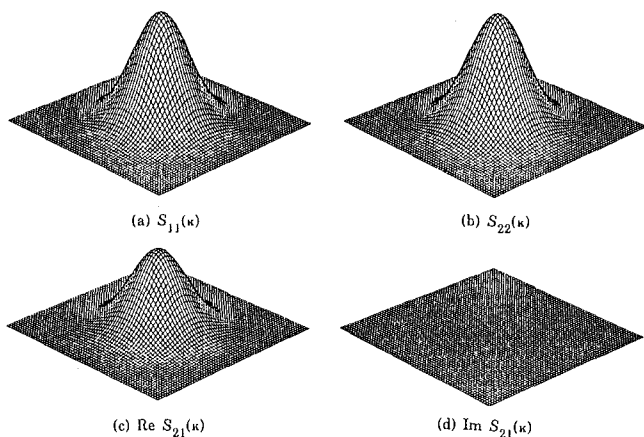


図-3 ターゲットの相互・パワースペクトル密度関数

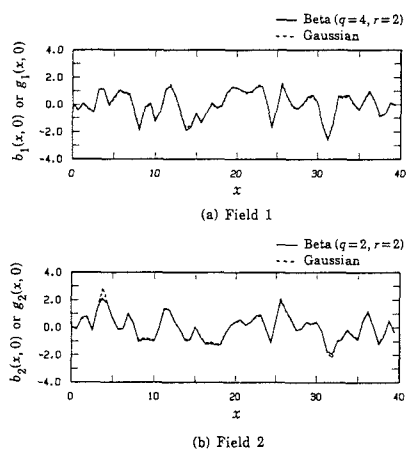


図-5 サンプル関数の比較 ( $y=0$ )

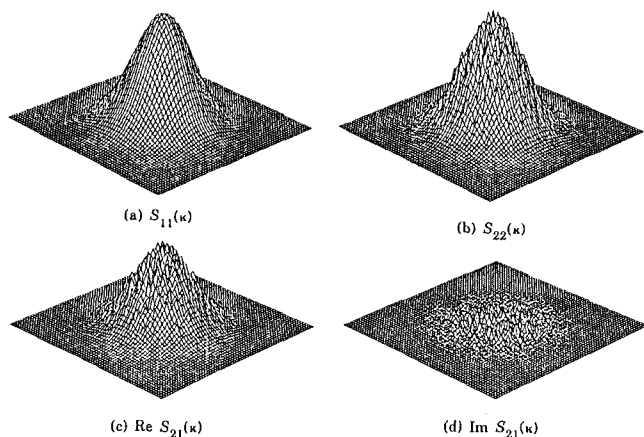


図-6 アンサンブルの相互・パワースペクトル密度関数

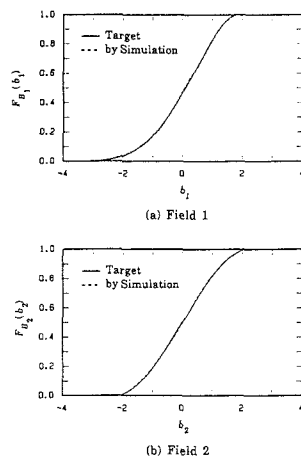


図-7 サンプル関数の累積確率