I-154　近似モデルを用いるトラス構造物の最適設計に関する基礎的研究

室蘭工業大学　正員　杉本　博之　　新日本製鐵　　山村　和人

1．まえがき　骨組構造物の最適設計、あるいは連続体の形状最適化において、何らかの近似モデルを用いることは必然のこととなってきている。筆者らは、それらの近似モデルの構造工学的質を高めるために、数理計画法からの制約を受けない近似モデルの作成の必要性を発表し[1]、さらに、骨組構造物の応力について、種々の近似式を示し、それらの精度を比較検討した[2]。本報告では、それらの近似モデルをトラス構造物の最小重量設計に実際に応用し、それらの効率の比較、ムーブリミットの必要性および双対法との比較について、数値計算結果より基礎的な検討を加えた。

2．最適設計問題の定式化の比較　トラス構造物の最適設計問題は、一般に次のように定式化される。これを原問題とする。

○目的関数：　$O(X) \longrightarrow \min$　(1)

○制約条件：
応力に関する条件：$g_i^s(X)=\sigma_i(X)-\sigma_{ai}(x_i)\leqq 0$　$(i=1\sim n)$　(2)
変位に関する条件：$g_k^d(X)=\delta_k(X)-\delta_a\leqq 0$　$(k=1\sim m)$　(3)
細長比に関する条件：$g_i^r(x_i)=r_i(x_i)-r_a\leqq 0$　$(i=1\sim n)$　(4)
上下限に関する条件：$x_i^L\leqq x_i\leqq x_i^U$　$(i=1\sim n)$　(5)

○設計変数：　$X=\{x_1\quad x_2\cdots x_n\}$

ここで、σは応力、δは変位、δ_aは許容変位量、rは細長比、r_aは許容細長比量、x_i^U、x_i^Lは設計変数の上下限値である。また、σ_aは許容応力度であるが、設計変数の関数で表わされるのが一般である。

応力および変位に近似式を用いると、この原問題は次のように変換され、最適化の対象となる。

○目的関数：　$O(\boldsymbol{\xi}) \longrightarrow \min$　(6)

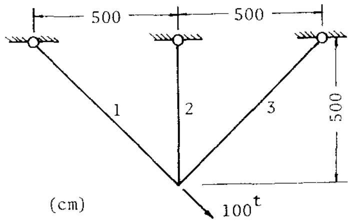
○制約条件：
応力に関する条件：$\overline{g}_i^s(\boldsymbol{\xi})=\overline{\sigma}_i(\boldsymbol{\xi})-\sigma_{ai}(\xi_i)\leqq 0$　$(i=1\sim n)$　(7)
変位に関する条件：$\overline{g}_k^d(\boldsymbol{\xi})=\overline{\delta}_k(\boldsymbol{\xi})-\delta_a\leqq 0$　$(k=1\sim m)$　(8)
細長比に関する条件：$g_i^r(\xi_i)=r_i(\xi_i)-r_a\leqq 0$　$(i=1\sim n)$　(9)
上下限に関する条件：$\xi_i^L\leqq \xi_i\leqq \xi_i^U$　$(i=1\sim n)$　(10)

○設計変数：　$\boldsymbol{\xi}=\{\xi_1\quad \xi_2\cdots \xi_n\}$

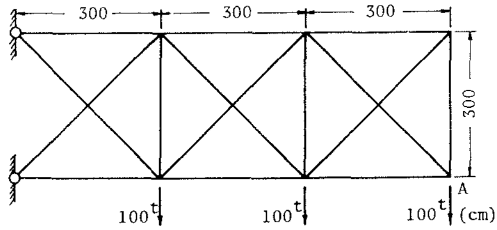
ここで、$\overline{\sigma}_i$、$\overline{\delta}_k$は、応力および変位の近似式である。本研究においては、変位の近似式は、応力の近似式の近似変数に関係なく逆変数に関して線形近似している。

このように、近似モデルを用いる定式化においては、σ_{ai}およびr_iを近似する必要はない。双対法においては、これらも逆変数に関して線形近似する必要があり、後記の計算例にあるように、これが近似モデルを用いる最適設計法と双対法の収束性の差の原因になっていると思われる。

3．手法およびムーブリミットの検討　応力近似モデルは、近似の方法と近似変数の組合せによっては、かなり精度良く原モデルの応答を再現できることがわかっている[2]が、当然限界もある。そのために何らかのムーブリミットを設け、設計変数の極端な変動を制限する方が最適化過程の収束性、信頼性が保証されると考えられた。そこで、いくつかのトラス構造物の最小重量設計問題にそれらの近似モデルを利用し、種々の大きさのムーブリミットを与えて結果を検討した。それらの内、図－１の３部材トラスと図－２の１５部材トラスの結果を表－１、表－２に示した。鋼材はＳＭ４１であり、３部材トラスは応力の制約条件のみで設計が決まり、１５部材トラスは節点Ａの変位を2.5cm に制限し、変位と応力の双方の制約条件で設計が決まる問題である。近似法は、応力の近似と軸力を近似して応力を計算する方法、近似変数は順変数と逆変数とし、それらの組合せ４種類以外に、「合成」として、順変数と逆変数による軸力の近似の平均値を用いる方法を比較検討した。ムーブリミットは、それぞれの問題に応じて表に示す４種類を与えた。



図－１　３部材トラス



図－２　１５部材トラス

表－１　３部材トラスの結果

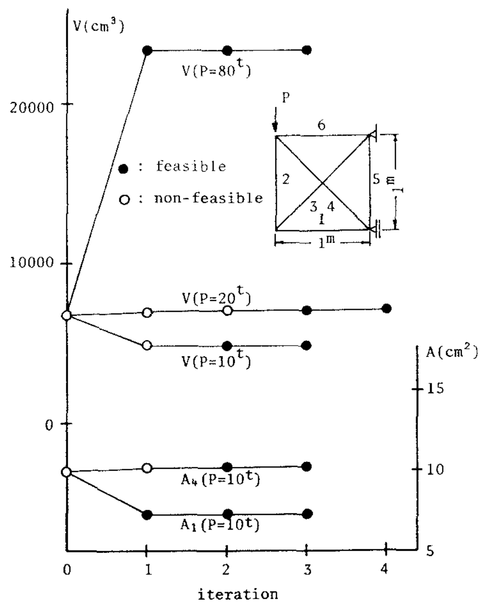
ムーブリミット（ｃｍ²）	応力の近似		軸力の近似		合　成
	順変数	逆変数	順変数	逆変数	
１０	93457	93457	93434	93419	93637
	１１	１０	１１	１１	９
２０	93432	93432	93441	93441	93434
	９	８	８	８	６
５０	93457	93457	93411	93476	93424
	７	６	９	６	５
１００	93436	93436	93406	93441	93405
	６	５	１０	６	５

表－２　１５部材トラスの結果

ムーブリミット（ｃｍ²）	応力の近似		軸力の近似		合　成
	順変数	逆変数	順変数	逆変数	
５０	758990	758900	758930	758960	758930
	１２	１１	１１	１１	１１
１００	758940	758940	758910	758920	758890
	８	７	８	９	７
２００	759000	758960	758870	758950	758870
	６	６	７	６	５
４００	759020	758920	758890	758900	758930
	６	５	５	５	５

表は、上段が総体積（cm^3）であり、下段が繰返し回数である。総体積は、ほとんど同じ値に収束しているので、繰返し回数を比較すると、手法としては応力の近似、軸力の近似にかかわらず逆変数に関するもの、および合成の３種類が良好な結果を示している。また、ムービリミットは大きい方が繰返し回数は少ない。最大のムーブリミットの値は、無いのと同じ状態に設定してあるので、近似モデルを用いる最適設計では、特にムーブリミットを用いる必要は無いと考えられる。

図－３は、６部材トラスの最小重量設計の本報告の手法による収束過程を示したものである。Ｐ＝１０ｔの場合、双対法では振幅を起こし収束せず、ムーブリミットを用いても１０回の繰返し計算を要した[3]問題であるが、図のように本報告の方法では、わずか３回の繰返し計算で収束している。これは、前記のように式（７）、（９）において、σ_{ai}およびr_iを近似する必要が無いためと考えられる。



図－３　Ｐ＝１０ᵗ、２０ᵗ、８０ᵗ における６部材トラスの収束過程

４．あとがき　近似モデルを用いるトラス構造物の最適設計法において、その手法とムーブリミットについて数値計算により基礎的な考察を加えた。

５．参考文献

１）杉本博之：構造最適設計の数理計画法からの脱皮、構造工学論文集、Vol.33A、pp.339-345,1989.　２）杉本博之、山村和人：骨組構造物の最適設計における応力近似モデルについて、構造工学論文集、Vol.33A、pp.347-359、1989.　３）大久保禎二、谷脇一弘：双対理論および部材のSuboptimizationによるトラス構造物の最適設計法、土木学会論文集、第350号/I-2、pp.331-340、1984.