

I-153 斜張橋の最適設計における最適性基準について

熊本大学工学部 正員○小林一郎
 熊本大学工学部 正員 三池亮次
 山口大学工学部 正員 古川浩平
 京都大学工学部 正員 山田善一

1. まえがき 斜張橋のプレストレス量決定のための最適性基準として、幾つかのものが提案されている。ここでは、①ひずみエネルギー最小基準、②等モーメント基準と、③主桁とケーブルの総コストを最小化する基準との間の関係について考察する。

2. 各最適性基準の比較 a) 解析モデル1

図-1の等分布荷重 q を受ける梁の中央にプレストレス p が作用する構造を考える。モーメントの最大値を M_1 、 $L/2$ 点の値を M_2 、はりの左端より M_1 の生ずる点までの距離を x とする。

設計変数は p のみで、 q を用いて $p = \alpha qL$ と表す。最適性基準として

基準I：ひずみエネルギー最小基準¹⁾

$$U = \int_0^L \left(\frac{M^2}{2EI} \right) \rightarrow \min \quad (1)$$

基準II：等モーメント基準²⁾

$$V = \max(M_1, M_2) \rightarrow \min \quad (2)$$

基準III：コスト最小基準³⁾

$$W = CAc^t Lc + Ag^t Lg \rightarrow \min \quad (3)$$

を設定する。ただし、式(3)において C は主桁とケーブルのコスト比、 Ac 、 Ag はケーブルおよび主桁の部材断面積、 Lc 、 Lg は部材長である。

基準I、IIは桁の曲げ剛性 EI を与えると、最適解 p^* が求められ、結果は表-1のとおりである。一方、基準IIIには設計変数として p のほかに、図-2のような2軸対称I型断面を設定し、桁高 H_g を加えて最適解を求める。ただし、等分布荷重 $q = 1000 \text{ kgf/cm}$ 、 $L = 100 \text{ cm}$ 、部材幅 $B = 20 \text{ cm}$ 、板厚 $t_w = t_f = 0.8 \text{ cm}$ とする。

各基準によるモーメント分布図を図-3に示す。図から、基準IIIを用いると C が小さいときは、極力プレストレス p を大きくする方が有利であり、基準IIIとIIは一致していることがわかる。ただし、基準Iでは、基準IIよりさらに p を大きくするが、これにつれて M_2 が増加するため、コスト最小とはならない。つまり、コスト最小の観点からは基準IIにおける p がプレストレスの上限であり、基準Iのモーメント分布が表れることはない。一方、 C が大きくなると p を小さくしてケーブルへの力の分担を軽減し、桁橋に近い構造が最適解となる。通常の斜張橋のモーメント分布は $C = 2.0$ の様な状態にあるものと考えられる。

表-2では基準IIIより得られた最適主桁断面を用いて、基準Iよりプレストレス量の決定を行なった。表中 g_1 、 g_2 はモーメント M_1 、 M_2 に関する制約条件であり、負の値をとるときには実行可能域にある。 $C = 1.2$ のとき、基準Iを適用すると、 $p^* = 0.625qL$ で、 $g_1 = 0.447$ 、 $g_2 = 0.447$ と非実行域にあることになる。そこで、 p を $g = 0.00$ となるまで弛めたのが表-2の $C = 1.2$ の行の値である。

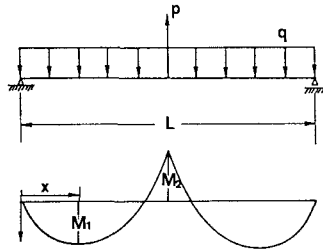


図-1 解析モデル1

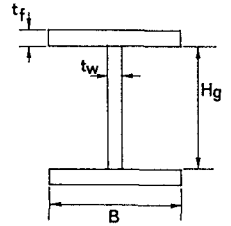


図-2 断面形状

表-1 基準I, IIの最適解の比較

基準	I	II
P	$\frac{5}{8} qL$	$(2 - \sqrt{2}) qL$
α	$\frac{5}{8}$	$(2 - \sqrt{2})$
$x = \frac{(1-\alpha)}{2} L$	$\frac{3}{16} L$	$\frac{(\sqrt{2}-1)}{2} L$
$M_1 = \frac{(1-\alpha)^2}{2} qL^2$	$\frac{9}{512} qL^2$	$\frac{(\sqrt{2}-1)^2}{2} qL^2$
$-M_2 = \frac{(2\alpha-1)}{2} qL^2$	$\frac{1}{32} qL^2$	$\frac{(3-2\sqrt{2})}{2} qL^2$

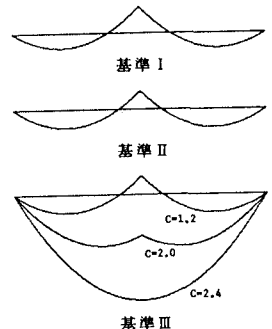


図-3 曲げモーメントの比較

このとき $W_1/W_3 = 1.00$ となり、基準ⅠとⅢの解は一致していることがわかる。これに対して、 $C = 2.0, 2.4$ のときは、 $g < 0$ と、応力的に余裕のある断面となっている。これは、 p を大きく与え過ぎているためであり、表-3において基準Ⅰは基準Ⅲに比べてコストの面からは最適解とはいえない。

b) 解析モデル2

次に図-4のような、解析モデル1に部材長 L_c のケーブルが加わった1次不静定構造を解析モデルとする。ここではケーブル断面積 A_c と桁高 H_g の2変数問題となっている。目的関数は式(3)を変形し

$$W = CLg (A_c \eta + A_g) \quad (4)$$

となる。ただし、 $\eta = L_c/L_g$ をパラメータとして用いる。

$C = 2.0$ のときの最適解が表-3である。表中の P はケーブルの軸力、 A_{c1} はプレストレス P_s の導入に対して必要なケーブル断面積、 A_{c2} はプレストレス導入前に必要なケーブル断面積である。 η の増加に伴って A_c は減少し H_g は増加している。 $\eta = 0.05 \sim 0.70$ まではほぼ基準Ⅱを満足している。また、 $\eta = 1.30 \sim 1.50$ は解析モデル1の $C = 2.4$ のグループと考えて良い。 A_c 、 A_{c1} は η の増加に対して単調に減少して行くが、 P_s は $\eta = 1.10$ までは増加し、 $\eta = 1.20$ 以上では減少している。これは、 P_s による $A_{c1}L_c$ と H_gL_g の感度係数の大きさが $\eta = 1.20$ 付近で変化するためで、 $\eta = 0.50$ において P_s を1単位増加させると、 $\eta = 1.50$ において1単位増加させるのでは $A_{c1}L_c$ の大きさは3倍であるが、 H_gL_g はそれ程大きくない。

以上の解析モデル1、2より、基準Ⅰは物理的意味も明確で、目的関数の定式化も容易なため、プレストレスの決定を行なうには有効な手法であるといえる。ただし、この基準Ⅰを用いる前提として主桁の最適化がなされている必要がある。基準Ⅱの等モーメント基準を用いる場合、主桁における応力配分は合理的なものとなるが、式(2)の目的関数はいわゆる $\min - \max$ 問題であり、斜張橋の構造解析の煩雑さを考えると汎用性の点で基準Ⅰに及ばない。上記の2基準が力学特性から誘導された基準であるのに対して、基準Ⅲはコスト基準であり、コスト比 C によって最適解は異なる。従って小規模の斜張橋のように大半の主桁断面が板厚制限によって決定されるときは、基準Ⅰと基準Ⅲの解は同一となるが、長大斜張橋のようにほとんどの主桁部材が応力制限によって決定される場合やPC斜張橋のように主桁がコンクリート、鉄筋、PC鋼棒といったコストの異なる要素で構成されている場合には両基準の解は大きく異なることとなる。

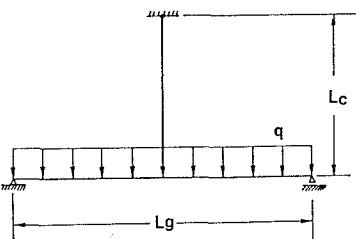


図-4 解析モデル2

表-2 基準Ⅰと基準Ⅲの比較

C	α	H_g (cm)	A_c (cm ²)	$C \cdot A_c$ (cm ²)	W_1 (cm ³)	W_3 (cm ³)	$\frac{W_1}{W_3}$	g_1	g_2
1.2	0.588	0.699	10.44	12.52	49.88	49.88	1.00	0.000	0.000
2.0	0.625	17.357	11.16	22.32	68.21	56.88	1.20	-0.487	-0.707
2.4	0.625	32.186	11.16	26.78	84.53	58.11	1.45	-0.746	-0.857

表-3 基準Ⅲによる解析モデル2の最適解

η	H_g (cm)	P (tf)	W (cm ³)	A_c (cm ²)	A_{c1} (cm ²)	A_{c2} (cm ²)	A_g (cm ²)	M_{max} (tfm)	α
0.50	5.939	58.02	47.11	10.36	0.10	10.26	36.75	2.21	0.580
0.60	6.320	58.16	49.52	10.38	0.40	9.99	37.06	2.19	0.582
0.70	6.320	58.16	51.59	10.38	0.57	9.81	37.06	2.19	0.582
0.80	9.664	58.41	53.93	8.87	0.94	7.94	39.73	3.16	0.497
0.90	12.019	43.46	55.59	7.76	1.55	6.21	41.62	4.00	0.435
1.00	15.856	34.19	56.90	6.16	2.33	3.78	44.69	5.41	0.324
1.10	21.347	22.15	57.78	3.96	2.39	1.57	49.08	7.57	0.222
1.20	23.934	16.84	58.36	3.01	2.09	0.92	51.15	8.64	0.168
1.30	26.447	11.82	58.65	2.11	1.61	0.50	53.16	9.72	0.118
1.40	28.635	7.57	58.69	1.35	1.09	0.26	54.91	10.68	0.076
1.50	29.423	6.05	58.78	1.08	0.90	0.18	55.54	11.03	0.061

参考文献：1) 山田、古川他：斜張橋ケーブルの最適プレストレス量決定に関する研究、土論、第356号/I-3、1985。 2) 山田、大宮司：斜張橋の最適基準設計に関する研究、土論、第253号、1976。 3) 小林、三池、大塚他：主桁支持方式の異なる斜張橋の多段階最適設計、土論、第392号/I-9、1988。