

東京電機大学 理工学部 正員○松井邦人  
東京電機大学 大学院 学生員 栗田哲史

### 1 はじめに

感度解析は、設計の部分的変更、最適設計、逆解析等において重要である。線形、及び非線形弾性問題においては、静的及び動的感度解析の研究は多くなってきているが、動的非弾性モデルの動的感度解析手法は未だ確立していない。本研究では代表的な非弾性モデルであるBilinearモデルを用いた動的領域における感度方程式を誘導し、その精度を考察する。

### 2 Bilinearモデルと感度解析

非弾性挙動をする最も簡単な1自由度系の運動方程式は

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + Q(z) = -m\ddot{y}_0 \quad (1)$$

と表せる。ここで、 $m$ は質量、 $c$ は減衰係数、 $Q(z)$ は復元力、 $\ddot{y}_0$ は入力加速度である。 $Q(z)$ は図-1で示すようなBilinear型モデルであるとすると、次のように記すことができる。

A-B 間

$$Q(z) = k z - k(1-\gamma)(\delta_1 - \delta y) \quad \dot{z} \leq 0 \quad (2a)$$

C-D 間

$$Q(z) = k z - k(1-\gamma)(\delta_2 + \delta y) \quad \dot{z} \geq 0 \quad (2b)$$

B-C 間

$$Q(z) = \gamma k z - k(1-\gamma)\delta y \quad \dot{z} \leq 0 \quad (2c)$$

D-A 間

$$Q(z) = \gamma k z + k(1-\gamma)\delta y \quad \dot{z} \geq 0 \quad (2d)$$

ここで、 $k$ は初期剛性、 $\gamma$ は塑性剛性比、 $\delta y$ は降伏変位、 $\delta_1$ は正最大変位、 $\delta_2$ は負の最大変位である。この復元力特性を支配しているパラメータは、 $k, \gamma, \delta y$ である。ここではこれらのパラメータに関する応答感度を求めることにする。 $k$ に関する動的感度方程式は次のようになる。

A-B 間

$$m \frac{\partial \ddot{z}}{\partial k} + c \frac{\partial \dot{z}}{\partial k} + k \frac{\partial z}{\partial k} = -z + (1-\gamma)(\delta_1 - \delta y) \quad (3a)$$

C-D 間

$$m \frac{\partial \ddot{z}}{\partial k} + c \frac{\partial \dot{z}}{\partial k} + k \frac{\partial z}{\partial k} = -z - (1-\gamma)(\delta_2 + \delta y) \quad (3b)$$

B-C 間

$$m \frac{\partial \ddot{z}}{\partial k} + c \frac{\partial \dot{z}}{\partial k} + \gamma k \frac{\partial z}{\partial k} = -\gamma z - (1-\gamma)\delta y \quad (3c)$$

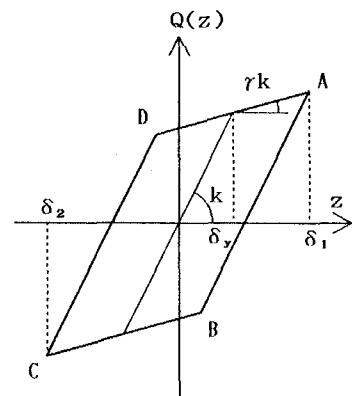
D-A 間

$$m \frac{\partial \ddot{z}}{\partial k} + c \frac{\partial \dot{z}}{\partial k} + \gamma k \frac{\partial z}{\partial k} = -\gamma z + (1-\gamma)\delta y \quad (3d)$$

他の2つのパラメータについても同様に感度方程式を書くことができる。

### 3 例題と計算結果

例題として初期剛性  $k = 40 \text{kgf/cm}$ 、2次剛性比  $\gamma = 0.1$ 、降伏変位  $\delta y = 3 \text{cm}$ 、また  $m = 1.0 \text{kgf}\cdot\text{sec}^2/\text{cm}$ 、 $c = 0.5 \text{kgf}\cdot\text{sec}/\text{cm}$  として、動的解析を行った。そして感度解析の精度を調べるために  $m, c$  の値は変えず、



$k$ の値を20%, 50%、2次剛性比 $\gamma$ を100%, 500%、また $\delta y$ を20%, 50%変化させ、再度動的解析を行った。また、元の系の応答結果と感度解析を用いて、系のパラメータ変更による応答を推定した。それ等の結果は図-2に示す。

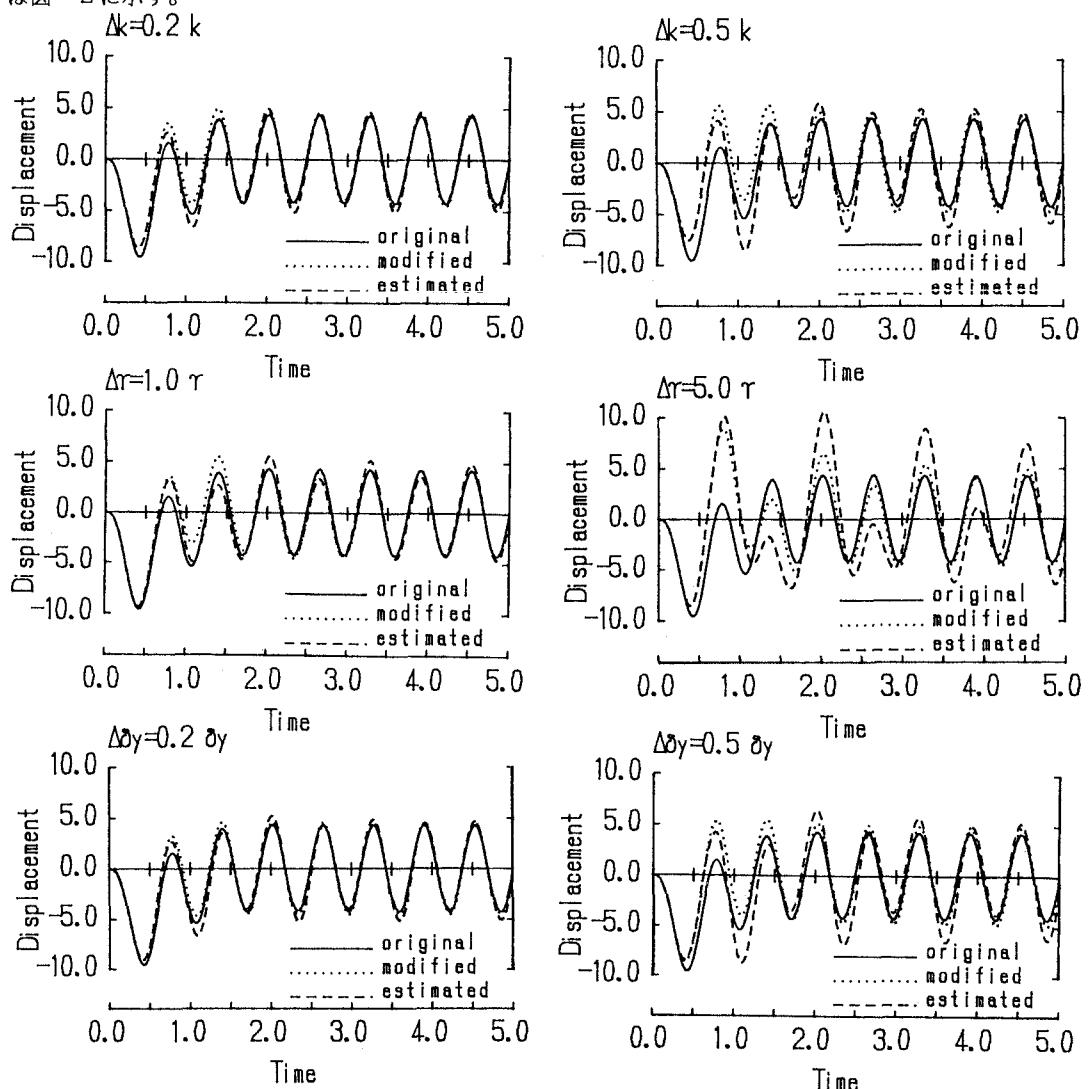


図-2 感度解析の精度

パラメータの変化量が比較的小さいとき、計算精度も差程悪くない。精度を向上させるためには高階の感度解析を導入することも考えられるが、本研究の考え方で感度を求める限り、系の運動方程式も感度解析の式も同じ固有周期を持っており、パラメータの変化による固有周期の変化を表すことはできない。従つて、過渡現象において特に応答の推定値の精度が悪くなることが予想される。

#### 4 おわりに

本手法は参考文献1)を非線形問題に拡張したものである。推定精度は必ずしも良くないかも知れない。しかし、本感度解析手法は動的領域における最適設計や、構造同定には十分利用できる。

#### 参考文献

- 1) 菊田征勇、松井邦人、新延泰生：動的領域における構造物の感度解析、構造工学論文集、Vol.33A, pp.703-714, 1987年3月