

I-116

曲げを受ける直交異方性大形斜板要素の剛性マトリックスの作成

オオバ 暢

大阪工業大学

東洋技研コンサルタント 暢

正員 中島 照浩

正員 岡村 宏一

正員 石川 一美

1. まえがき：これまでに、任意の支持条件を持つような多径間平板構造の全体系と局所系を同時に解析する場合の離散化の手段として、例えば1径間にわたるような大形の平板要素の剛性マトリックスを作成し、その接続に際してリラクセーション法に属する1種の分配法を併用する方法を提案した。あわせて、長方形平板要素、扇形平板要素および、等方性斜板要素の一方の剛性マトリックスを作成し、その剛性マトリックスの精度、ならびに多径間平板構造の解析を行い良好な結果を得た。¹⁾²⁾³⁾⁴⁾今回は引き続き、ねじり抵抗が無視できるような縦リブを有する斜板を、直交異方性板にモデル化した。さらに、曲げを受ける一方の大形の直交異方性斜板要素の剛性マトリックスを作成し、基本的な精度についての検討を行ったので、その結果について報告する。

2. 板の基本解：ここでは、図-1に示すようにx方向に平均曲げ剛度 D_x を持つ有梁板を、直交異方性板にモデル化した時の板の基礎方程式(同次方程式)は次式で与えられる。

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2D \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = 0 \quad (1)$$

ここで、 w ：たわみ、 D ：フランジプレートの曲げ剛度

まず、図-2に示すように、矩形板を集中力(P 、 M)が作用する節線上で2分割し、それぞれのパネルにおける、曲げの基礎方程式の同次解を相対2辺単純支持、他の2辺が自由の境界条件、ならびに外力のつり合い条件

と変位の連続条件を満足するように、級数解法によって与える。ここで、集中荷重(P)が作用する解を、直角座標(x 、 y)における ξ 、 η に極をもった極座標(r 、 θ)に変換する。また、集中モーメント(M)を受ける場合は座標変換した集中荷重の解に偶力による微分操作を加えて任意方向に作用する集中モーメントの解として与えている。さらに、図-3に示すような任意方向に分布幅(d)を持った荷重を受ける場合の解は、図-2の荷重状態での解を分布幅にわたって積分することによって求める。

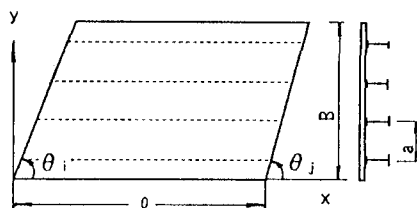


図-1

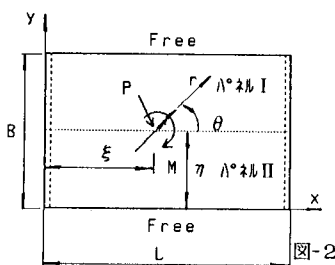
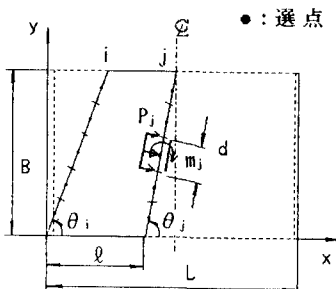


図-2



モデル I

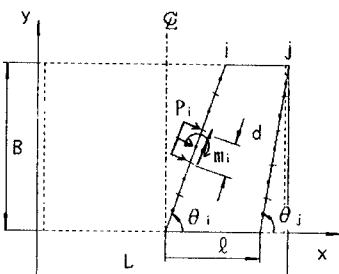


図-3

モデル II

1)岡村,石川:小型計算機による多径間平板構造の解析,土木学会論文集, No.344, 1984

2)岡村,石川:多径間曲線構造の一般法,土木学会論文集, No.374, 1986

3)岡村,石川,南:面内力を受ける大形斜板要素の剛性マトリックスの作成,年次大会, 1988

4)岡村,石川,松尾:曲げを受ける大形斜板要素の剛性マトリックスの作成,年次大会, 1988

3. 剛性マトリックスの作成：図-4に示す節線（i，j）の任意の材端力（任意方向の断面に対するモーメント M_n ，換算せん断力 V_n ）と隅角点を含む任意の材端変位（任意方向の断面におけるたわみ w とたわみ角 θ ）を結ぶ剛性マトリックスを次の方法によって求める。すなわち剛性マトリックスは図-3に示すような辺長（ B ， L ）の矩形板内に設けた節線（i，j）に線荷重（ p ）と線モーメント（ m ）を作用させたモデル I，IIを重ね合わせ、選点法によって作成される。ここで、節線上の選点の材端力、材端変位は、次式で与えられる。

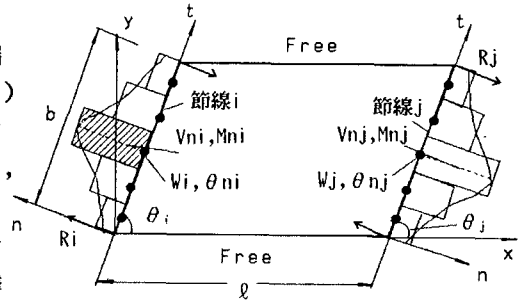


図-4

●：選点

$$M_n = M_x \cdot \sin^2 \theta + M_y \cdot \cos^2 \theta - 2M_{xy} \cdot \sin \theta \cos \theta$$

$$V_n = V_x \cdot \sin \theta - V_y \cdot \cos \theta + \{(1-\nu)(Q_x \cdot \cos \theta - Q_y \cdot \sin \theta)$$

$$+ 4\left(\frac{\partial M_{xy}}{\partial x} \sin \theta - \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} \cos \theta\right) - \frac{EI}{a} \left(\nu \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \cos \theta + \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} \sin \theta\right)\} \sin \theta \cos \theta$$

$$\theta_n = \theta_x \cdot \sin \theta + \theta_y \cdot \cos \theta \quad (2)$$

ここに、 M_x, M_y は x, y 方向の曲げモーメント、 Q_x, Q_y はせん断力、 V_x, V_y は換算せん断力、 M_{xy} はねじりモーメント、 θ_x, θ_y はたわみ角、 θ は節線 i または j における角度、 EI はリブの曲げ剛度。また、節線(i, j)上の隅角点定着力(R)は自由辺上のねじりモーメント M_{xy} と任意方向の断面におけるねじりモーメント M_{nt} により次の様に表される。

$$R = M_{nt} + M_{xy}, \quad M_{nt} = M_{xy}(\sin^2 \theta - \cos^2 \theta) + (M_x - M_y) \sin \theta \cos \theta \quad (3)$$

したがって、図-4のように任意方向の断面に対する材端力の分布は節線上で分割された小区間の選点における平均量の重ね合わせによって近似され、それぞれの選点の材端変位と関係づけられる。

4. 計算例：ここでは、斜板要素の剛性マトリックスの精度を検証するための基本的な例題を示す。図-5の解析モデルは、2枚の台形板要素を直接剛性法を用いて接続した矩形板に全面等分布荷重(q)を満載させたもので、節線上の小区間の分割は等7分割($d = b/7$)とした。表-1には、A-A断面での各選点における変位と断面力の値を示し、モデルを単一板として計算した級数解と比較している。この結果より級数解との差異は、単精度で5%以内に留まっている。

なお、本研究を行うにあたって、当時の大阪工業大学土木工学科卒研生の相場悟君、芦田雅秀君、伊藤進君の協力を得たことを記し、謝意を表する。

●：選点 ○：板要素番号

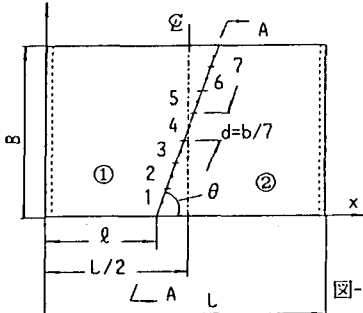


図-5

表-1

選点	$W \quad qL^4/D \cdot 10^{-4}$				$\theta_n \quad qL^3/D \cdot 10^{-5}$			
	$\theta = 50^\circ$		$\theta = 70^\circ$		$\theta = 50^\circ$		$\theta = 70^\circ$	
	級数解	本解析値	級数解	本解析値	級数解	本解析値	級数解	本解析値
1	9.653	9.344	10.60	10.26	56.33	54.56	24.47	23.70
2	9.372	9.327	9.748	9.701	19.81	19.05	7.905	7.600
3	9.015	8.999	9.095	9.079	2.257	2.186	0.703	0.725
4	8.843	8.827	8.842	8.858	0.0	0.0	0.0	0.0
5	9.015	8.999	9.095	9.079	-2.257	-2.186	-0.703	-0.725
6	9.372	9.327	9.748	9.701	-19.81	-19.05	-7.905	-7.600
7	9.653	9.344	10.60	10.26	-56.33	-54.56	-24.47	-23.70
選点	$V_n \quad qL \cdot 10^{-2}$				$M_n \quad qL^2 \cdot 10^{-1}$			
	$\theta = 50^\circ$		$\theta = 70^\circ$		$\theta = 50^\circ$		$\theta = 70^\circ$	
	級数解	本解析値	級数解	本解析値	級数解	本解析値	級数解	本解析値
1	15.72	14.97	4.454	4.240	6.411	6.100	1.299	1.249
2	7.521	7.231	1.284	1.234	6.198	6.141	1.194	1.183
3	2.451	2.446	-0.037	-0.037	5.985	5.980	1.115	1.114
4	0.0	0.0	0.0	0.0	5.887	5.887	1.085	1.085
5	-2.451	-2.446	0.037	0.037	5.985	5.980	1.115	1.114
6	-7.521	-7.231	-1.284	-1.218	6.198	6.141	1.194	1.183
7	-15.72	-14.97	-4.454	-4.240	6.411	6.100	1.299	1.249