

I-115

大形薄肉円筒シェル要素の剛性マトリックスの作成

オリエンタルコンサルタンツ㈱ 正員 林 克弘
 大阪工業大学 正員 岡村宏一
 東洋技研コンサルタント㈱ 正員 石川一美

1. まえがき：筆者はすでに、4辺に任意の材端力と隅角点を含めた任意の材端変位を与えた大形の各種平板要素の剛性マトリックスを、級数解法と選点法の併用によって作成し、多格間の平板構造の解析、ならびに、薄肉箱構造の立体解析を行い、全体系と、局所系の挙動を同時に解析できることを示した。¹⁾ また、箱桁橋を実構造に近い形でモデル化した立体解析を行うことを目的として、鋼床版などに見られるリブのねじり抵抗が無視できるような開断面の縦リブによって偏心補剛される有梁板を、リブの偏心を考慮した直交異方性板にモデル化し、その大形平板要素の剛性マトリックスを作成した。²⁾ 今回は、曲線箱桁橋の解析を行う場合、ウェブプレートモデル化する際に有効と思われる大形の薄肉円筒シェル要素の剛性マトリックスを作成し、その精度について基本的な検証を行ったので報告する。

2. 薄肉円筒シェルの基礎方程式：図-1に示すような薄肉円筒シェルのFlüggeによる基礎方程式は、3方向の変位を u, v, w で表示すると、次式であたえられる。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{1+\nu}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial \xi \partial \theta} + \nu \frac{\partial w}{\partial \xi} + \frac{1}{12} \left(\frac{h}{r} \right)^2 \left(\frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} - \frac{\partial^3 w}{\partial \xi^3} + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^3 w}{\partial \xi \partial \theta^2} \right) = 0 \\ & \frac{1+\nu}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \xi \partial \theta} + \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial \xi^2} + \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{1}{12} \left(\frac{h}{r} \right)^2 \left\{ \frac{3}{2} (1-\nu) \frac{\partial^2 v}{\partial \xi^2} - \frac{3-\nu}{2} \frac{\partial^3 w}{\partial \xi^2 \partial \theta} \right\} = 0 \\ & \nu \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{\partial v}{\partial \theta} + w + \frac{1}{12} \left(\frac{h}{r} \right)^2 \left(\frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^3 u}{\partial \xi \partial \theta^2} - \frac{\partial^3 u}{\partial \xi^3} - \frac{3-\nu}{2} \frac{\partial^3 v}{\partial \xi^2 \partial \theta} + w + 2 \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \nabla^4 w \right) = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\nabla^4 = \left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right)^2, \quad \xi^2 = \frac{x}{R} \quad \text{ここで、} R \text{ は半径、} h \text{ は板厚、} \nu \text{ はポアソン比である。}$$

本文で提示する大形のこのような薄肉円筒シェル要素の剛性マトリックスは、文献2)と同様に面外および面内の集中外力を受け一方無限円筒シェルの解(基本解とよぶ)を出発点として作成したものである。

3. 基本解：まず、図-1に示す相対2辺単純支持の一方無限円筒シェルに面外より作用する集中荷重 P 、集中モーメント M, M' を受ける場合の解、ならびに、面内に作用する集中荷重 S, T による解を基本解(単級数解)として与える。次に、図-3に示すような θ 方向あるいは、 x 方向に分布幅 (d) を持った線荷重 p, p', t, t', S, S' ならびに線モーメント m, m' を受ける場合の解は、図-1の荷重による解を分布幅 (d) で積分することによって求める。

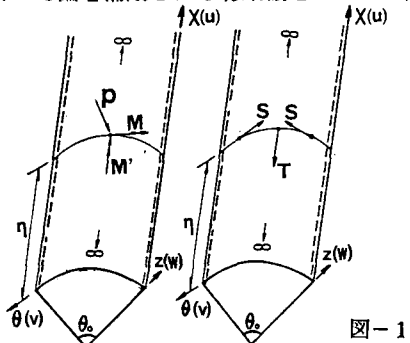


図-1

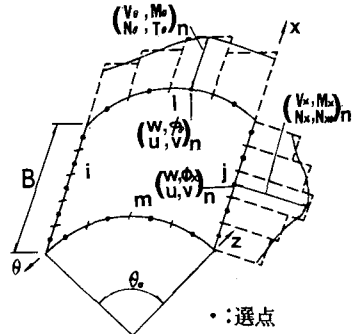


図-2

1) 岡村、石川、古市：多格間平板構造の立体解析におけるリラクゼーション法の応用、年次大会、1986。

2) 岡村、石川、野村：補剛材の偏心を考慮した大形直交異方性板要素の剛性マトリックスの作成、年次大会、1987。

3) 岡村、石川、古市：大形平板要素による薄肉箱構造の立体解析、年次大会、1988。

4. 剛性マトリックスの作成：図-2に示す4辺(i, j, l, m)に任意の材端力（曲げモーメント M_x , M_θ 、換算せん断力 V_x , V_θ 、軸力 N_x , N_θ 、せん断力 N_x 、換算接線力 T 。）と隅角点を含めた任意の材端変位（たわみ w 、たわみ角 χ , ϕ 、変位 u , v ）を持つ大形の薄肉円筒シェル要素の剛性マトリックスを、選点法を用い、次の手順によって作成する。すなわち、図-3に示すような相対2辺単純支持の一方無限円筒シェルに垂直に作用する部分線荷重（ p , p' ）、部分線モーメント（ m , m' ）と面内に作用する部分線荷重（ S , S' , t , t' ）を受けるそれぞれのモデルⅠ, Ⅱ, Ⅲ, Ⅳの円筒シェルを図-2の円筒シェルに対応するように重ね合わせる。したがって、図-2の円筒シェルの、材端力の分布は図のように節線上で分割された小区間の選点における平均量の重ね合せによって近似され、それぞれの選点の材端変位と関係づけられる。

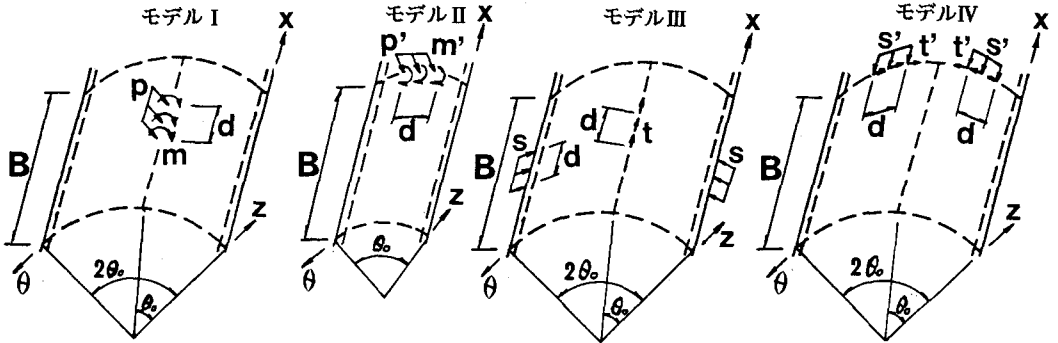


図-3

5. 検証データ：ここでは、今回作成した薄肉円筒シェル要素の剛性マトリックスの精度を検証するための基本的な例題を示す。すなわち、図-4(a)に示すように、5パネルのシェル要素を、相対2辺単純支持、他の2辺が固定の条件を与えて直接剛性法で一方に接続し、円筒シェルを分割しない無限円筒シェルとして計算した厳密解と比較している。なお、シェル要素の節線の分割は等5分割とした。その結果は、図-4(b)に示すとおりで、本解析値は、無限円筒シェルの解に接近し、荷重が作用している板要素の節線上の選点における本解析値と無限板の解との誤差は、5%以内に留まっている。

なお、本研究を行うにあたって、当時の大阪工業大学土木工学科卒研究生の木戸浩幸君、澤本浩君の協力を得たことを記し、謝意を表する。

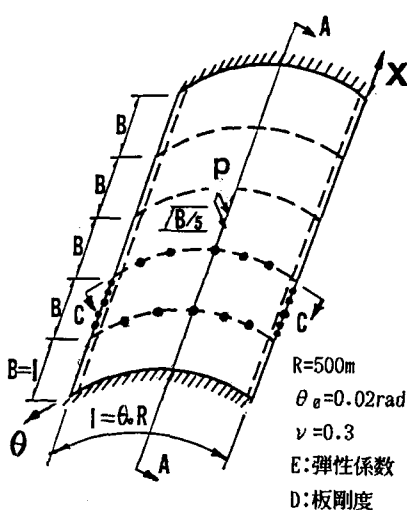


図-4(a)

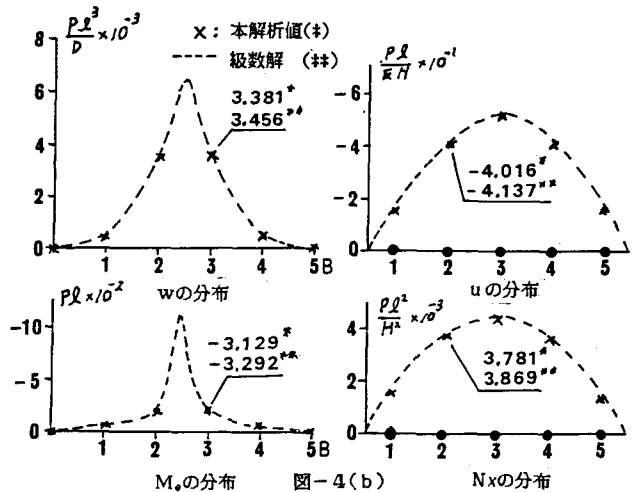


図-4(b)