I-111　温度変化を受ける厚板の解析

大阪工業大学　学生員　水島　喜和
東洋建設（株）正員　井上　哲也
大阪工業大学　正員　堀川　都志雄

1．はしがき

温度変化を受ける板の解析は、定常・非定常状態を問わずこれまで数多くの報告がなされている。例えば鋼床版におけるグースアスファルト敷設時の局所的な温度作用により、鋼床版が変形を受ける問題や直射日光にさらされる上置舗装とコンクリート床版との接着問題などが注目されている。

本研究では温度変化による影響をＤｕｈａｍｅｌ－Ｎｅｕｍａｎｎの類似1),2)を用いることにより、定常状態における多層板の３次元解析を試みる。

2．温度を考慮した厚板の解

Ｄｕｈａｍｅｌ－Ｎｅｕｍａｎｎの類似によれば、温度による影響は物体力と表面力に置換することができる。直角座標系における変位関数ｆｉとϕｉ（ｉ＝１，３）の基礎式は次のように示される。

$$\Delta\Delta f_i = -\frac{2(\lambda+\mu)}{\lambda+2\mu}X_i \quad , \quad \Delta\phi_i = 0 \qquad (i=1,3) \qquad -(1)$$

ここで、ｆｉ、ϕｉ：ガラーキンベクトルおよびブーシネスクの関数，

$X_1 = -(3\lambda+2\mu)\alpha\partial_x T$，$X_2 = -(3\lambda+2\mu)\alpha\partial_y T$，$X_3 = -(3\lambda+2\mu)\alpha\partial_z T$

λ，μ：ラメの定数　，α：線膨張係数　，Ｔ：温度

$\partial_x = \partial/\partial x$，$\partial_y = \partial/\partial y$，$\partial_z = \partial/\partial z$，　$\Delta = \partial_x^2 + \partial_y^2 + \partial_z^2$

変位と変位関数との関係式を示すと、例えばｚ方向の変位ｗは

$$2\mu w = -\partial_x\partial_z f_1 - \partial_y\phi_1 - \partial_y\partial_z f_2 + \partial_x\phi_2 + \frac{\mu}{\lambda+\mu}\left[\partial_z^2 + \frac{\lambda+2\mu}{\mu}(\partial_x^2+\partial_y^2)\right]\cdot f_3 \qquad -(2)$$

次に、熱弾性方程式のフックの法則は以下のように示される。

$$\sigma_x = \lambda e + 2\mu\varepsilon_x - (3\lambda+2\mu)\alpha T \quad , \quad \tau_{xy} = \mu\gamma_{xy}$$
$$\sigma_y = \lambda e + 2\mu\varepsilon_y - (3\lambda+2\mu)\alpha T \quad , \quad \tau_{xz} = \mu\gamma_{xz}$$
$$\sigma_z = \lambda e + 2\mu\varepsilon_z - (3\lambda+2\mu)\alpha T \quad , \quad \tau_{yz} = \mu\gamma_{yz} \qquad -(3)$$

ここで、$e = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$

図－１に示される全周単純支持される板に物体力Ｘｉ（ｉ＝１，３）が作用しているとき、変位ｗは次のようなフーリエ級数で表される。

$$2\mu w = -\Sigma\Sigma\Big[\,2(1-\nu)\frac{\bar{X}_3}{\gamma^4} + C_1\,\mathrm{sh}\gamma z + C_2\,\mathrm{ch}\gamma z$$
$$+ C_3\{\gamma z\,\mathrm{sh}\gamma z - 2(1-2\nu)\,\mathrm{ch}\gamma z\}$$
$$+ C_4\{\gamma z\,\mathrm{ch}\gamma z - 2(1-2\nu)\,\mathrm{sh}\gamma z\}\Big]\,\gamma^2 \sin\alpha_m x \sin\beta_n y \qquad -(4)$$

ここで、$\alpha_m = m\pi/a$，$\beta_n = n\pi/b$，$\gamma^2 = \alpha_m^2 + \beta_n^2$，

$\mathrm{sh}\gamma z = \sinh\gamma z$，$\mathrm{ch}\gamma z = \cosh\gamma z$，

ｍ，ｎ：フーリエ級数の項数，$\bar{X}_3$：物体力X_3のフーリエ係数

一方、定常状態の熱伝導方程式は次式により与えられる。

$$C^2 \Delta T + W = 0 \qquad -(5)$$

ここで、C^2：熱伝導率，W：板内に発生する熱量

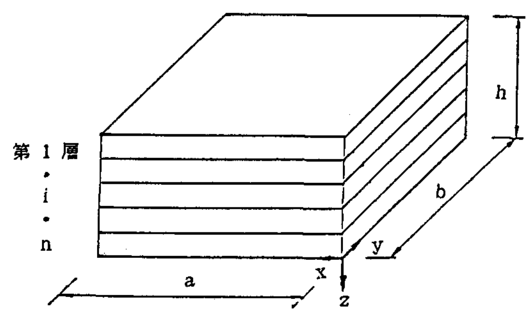
3．数値計算例

N層からなる多層板の上・下面における温度が規定される問題を取り上げる（図－1）。

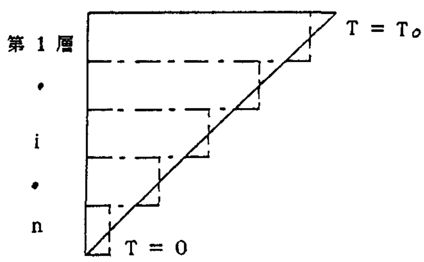
同一材料からなる多層板の定常状態での板内の温度分布は式（5）より得られ、板内の温度はほぼ直線分布とみなすことができる。各層の温度状態をそれぞれの層の中央面での温度で代表できると仮定すれば換算される物体力は板厚方向に一定となる。

図－1の多層板の上面と下面の温度がT_0と零である場合、板の中央点（x／a＝y／a＝0．5）における板厚／スパン比h／aに よる変位wの値を表－1に示す。

（b／a＝1．0，ν＝0．3）



図－1 多層板の形状



図－2 各層の温度分布

表－1 w／αT_0 aの値

h／a	上面			下面		
	薄板	4層	8層	薄板	4層	8層
0．05	−1．473	−1．818	−1．900	−1．473	−1．784	−1．868
0．10	−0．737	−0．942	−0．988	−0．737	−0．877	−0．924
0．20	−0．368	−0．538	−0．562	−0．368	−0．408	−0．434

4．あとがき

Ｄｕｈａｍｅｌ－Ｎｅｕｍａｎｎの類似を用いれば、温度変化による影響は物体力等に置換できるので、異種材料からなる多層板が温度変化を受ける場合にも拡張できると考えられる。

1）Y．C．ファン：　固体の力学／理論，培風館
2）竹内洋一郎　：　熱応力　　　，日新出版