I-110　単純支持端から発生したクラックを有する薄板の曲げ

○ＪＲ東海　正会員　三輪昌弘
名古屋工業大学　正会員　長谷部宣男
名古屋工業大学　正会員　中村卓次

《１》まえがき　境界の一部（Ｍ境界）で外力の１成分と変位の１成分が与えられ、それ以外の境界（Ｌ境界）で外力の２成分が与えられる、薄板の面外曲げの混合境界値問題を考える（図１）。このような問題は単純支持型混合境界値問題と呼ばれ、Ｍ上で変位の２成分、Ｌ上で外力の２成分の与えられる混合境界値問題[1]に比べて、数学的に難しい。しかし、Ｍ境界が直線である場合には少し簡単にでき、閉じた一般解を得ることができる。分数式の和の形の有理写像関数と、複素応力関数による解法を用いる。ここでは具体的に、Ｍ境界で、曲げモーメントと接線方向のたわみ角が、Ｌ境界で、曲げモーメントと置換せん断力が与えられ、無限遠で一様曲げモーメントが作用する問題を考える。解析例として、境界の一部を単純支持した半無限板に無限遠で一様曲げが作用し、単純支持の一端からクラックが発生した場合の、応力分布と応力拡大係数を求める。

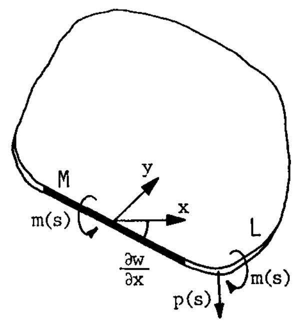

図１　境界条件

《２》解析　同様の解析で、荷重として無限遠で集中ねじりモーメントが作用する場合の解法が伊藤ら[2]によって述べられているのでここでは省略する。基礎式、一般解及びその誘導過程はほぼ同一であるが、相違点は、目的とする応力関数を、一様曲げに起因する関数と、単純支持やクラックの存在に起因する関数との重ね合わせによって得ることである。これによって、荷重項と呼ばれている部分の誘導が、集中ねじりの問題に比べて多少難しくなる。

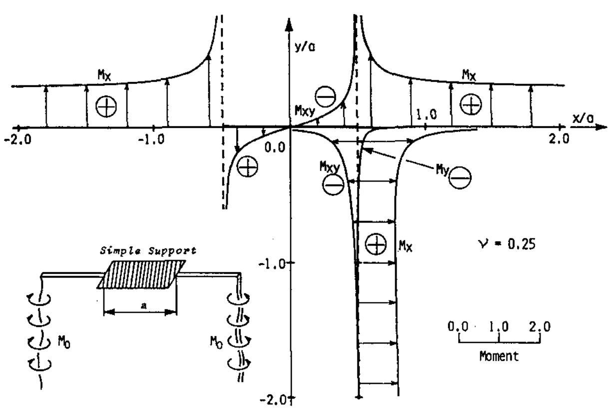

図２　応力分布（クラック発生前）

《３》応力分布　応力分布の一例としてクラック発生前を図２に、クラック発生後（クラック長 b/a=0.4）を図３に示す（ポアソン比 ν=0.25）。クラック発生前には単純支持部の両端に応力集中が見られ、クラック発生の危険性が予想される。単純支持部が応力分布に影響を与えているのは、x軸上では -0.3≦x/a≦0.3、x/a=0.5の断面では0≧y/a≧-7.0の範囲である。単純支持部の一端から垂直にクラックが生じたとき、クラック先端（x/a=0.5 , y/a=-0.4）

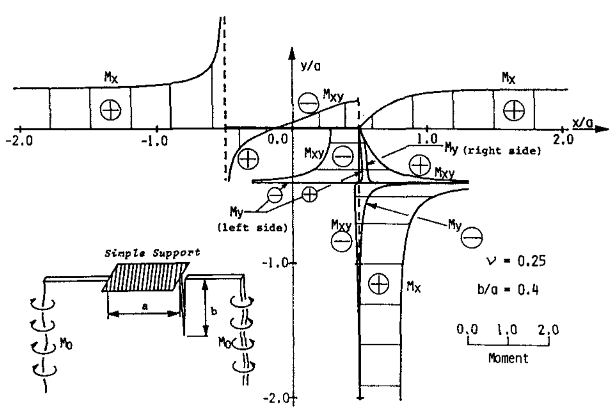

図３　応力分布（クラック発生後）

と他方の単純支持端に応力集中が見られるが、クラック側の単純支持端では $M_{xy}/M_0 \fallingdotseq 0.7$ で有限値になる。クラックの発生により、単純支持部とクラックが応力分布に影響を与える範囲は狭まり、x軸上では $-2.0 \leqq x/a \leqq 1.7$、$x/a=0.5$ の断面では $0 \geqq y/a \geqq -1.5$ である。

《4》応力拡大係数　曲げモード，せん断モードの応力拡大係数 k_B，k_S を次式によって無次元化して用いる[1]。

$$F_{Ba}+iF_{Sa}=\frac{1+\nu}{3+\nu}\cdot\frac{k_B+ik_S}{M_0\sqrt{a}}\qquad ;0\leqq\frac{b}{a}\leqq 1$$

$$F_{Bb}+iF_{Sb}=\frac{1+\nu}{3+\nu}\cdot\frac{k_B+ik_S}{M_0\sqrt{b}}\qquad ;0\leqq\frac{a}{b}\leqq 1$$

得られた結果を図4，5に示す。$b/a\to 0$ でクラック長が零に、$a/b\to 0$ で単純支持部の長さが零に近付く。F_B，F_S とも、クラック長が短くなるほど ν の影響は大きくなり、それらの絶対値は $\nu=0$ で最大、$\nu=0.5$ で最小となる。$a/b\to 0$ のときの F_B，F_S は、半無限板に生じたクラックの場合の F_B，F_S と一致する。

《5》まとめ　現在のところ、単純支持型の境界部分Mが直線の場合のみ解析解が得られる。工学上、直線境界は多く見られることから、その応用は広いと考えられる。また、幾何学的に対称性を有する形状の場合、その対称軸に関して対称、あるいは逆対称の荷重が作用するとき、対称軸上では単純支持型の境界条件をあてはめることができる。このような問題の解析にも有効に利用することができる。

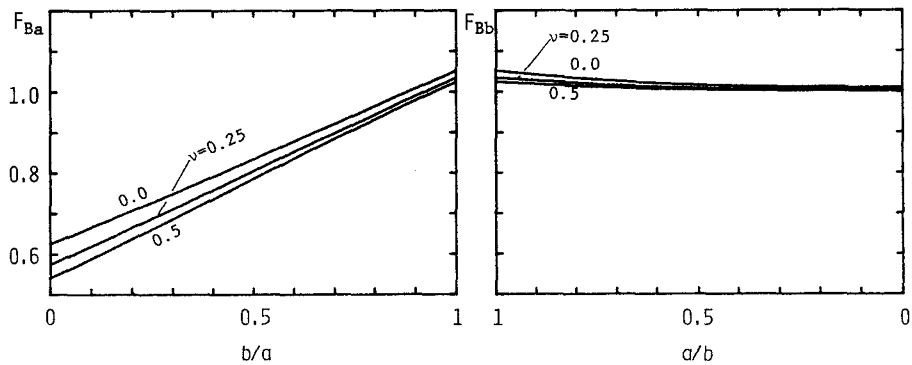

図4　無次元化した応力拡大係数（曲げモード）

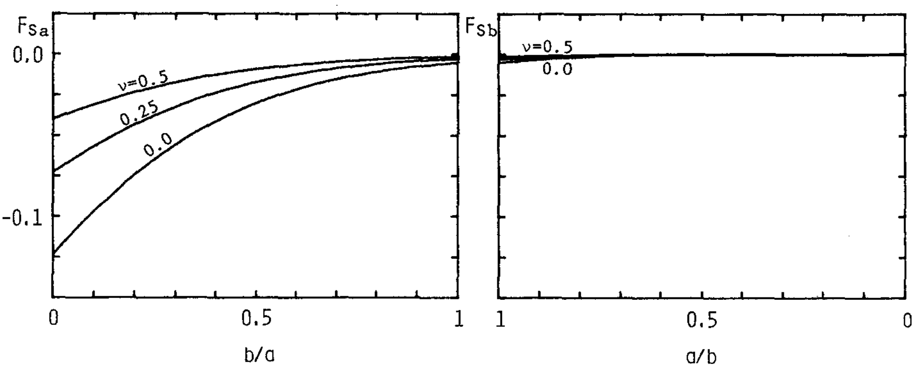

図5　無次元化した応力拡大係数（せん断モード）

参考文献　1) Hasebe N, J. Eng. Mech. 110-1 ASCE, 1984, 37-48　2)伊藤，長谷部，中村，土木学会第42回年次学術講演会講演概要集第1部，1987，238-239