

北海道大学工学部

正会員

韭澤憲吉

正会員

芳村 仁

学生員

木村隆之

1. まえがき

半径方向と円周方向に多数のリブによって補剛された円板において、これまで対称曲げについて、各種の変剛度板との比較などから力学的性質の違いを明らかにし、さらに、円板に非対称な荷重が作用する場合についても、その基礎方程式の解を示し、静水圧状の分布荷重が作用する解析について報告した。今回は、環状板に、その一部領域のみに荷重が作用するような場合の解析について報告する。

2. 基礎方程式

分布荷重 p_z をにう曲線直交異方性リブ補剛板の曲げの基礎方程式は次のように表わされる。

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial^4 w}{\partial \rho^4} + h \left(\frac{1}{\rho^3} \frac{\partial^4 w}{\partial \rho^2 \partial \theta^2} - \frac{2}{\rho^4} \frac{\partial^3 w}{\partial \rho \partial \theta^2} + \frac{2}{\rho^5} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) + g \frac{\partial^4 w}{\partial \rho^4} + g \frac{2}{\rho} \frac{\partial^3 w}{\partial \rho^3} - (g+f_1) \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \rho^2} + (g+f_1) \frac{1}{\rho^3} \frac{\partial w}{\partial \rho} \\ + (2g+f_2 h) \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^4 w}{\partial \rho^2 \partial \theta^2} - (2g+f_2 h) \frac{1}{\rho^3} \frac{\partial^3 w}{\partial \rho \partial \theta^2} + (4g+2f_1+f_2 h) \frac{1}{\rho^4} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + (g+f_1) \frac{1}{\rho^4} \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^4} = p_z \frac{a^4}{D_a}$$

ここで、 w : たわみ、 $\rho = r/a$: 半径方向の無次元座標、 a : 環状板の外縁の半径、 θ : 円周方向座標。また、記号 f_1, f_2, g および h は剛比であり、次のように、外縁における半径方向リブの剛性を基準に定義してある。

$$f_1 = (D_\theta/D_a), \quad f_2 = (C_\theta/C_a), \quad g = (D/D_a), \quad h = (C_a/D_a)$$

ここで、 D : デッキプレート曲げ剛性、 D_θ, C_θ : 円周方向のリブ(のみ)の単位幅あたりの曲げ剛性およびねじり剛性、 D_a, C_a : 外縁における半径方向のリブ(のみ)の単位幅あたりの曲げ剛性およびねじり剛性。

3. 基礎方程式の解

荷重として、 $[p_z = q \sin m\theta]$ という形式の分布荷重を考え、解の形として、 $\rho=1$ のまわりに展開した級数解を求めるために、まず微分方程式の係数 $(1/\rho), (1/\rho^2), \dots, (1/\rho^5)$ を $\rho=1$ において Taylor 展開した形に改めてから、級数解を誘導すると、最終的に、方程式の一般解は、余解 w_0 および特解 w_p の和として、次のような形式で得られる。

$$W = W_0 + W_p = \frac{q a^4}{D_a} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} A_n (1-\rho)^n \sin m\theta + \sum_{n=4}^{\infty} P_n (1-\rho)^n \sin m\theta \right\}$$

ここで、余解の項のうち、 A_0, A_1, A_2 および A_3 は任意に決められる定数である。それ以降の A_n ($n \geq 4$) は、順次前の項の係数によって決められる係数で、次のような式で与えられる。

$$A_n = \frac{-1}{(1+g)n(n-1)(n-2)(n-3)} \sum_{i=1}^n \left[\begin{aligned} & (n-i)(n-i-1)(n-i-2) \{ (n-i-3) - 2g \} \\ & - (n-i)(n-i-1) \left\{ \left(\frac{i}{2}\right) h + \left(\frac{i-1}{1}\right) S \right\} \\ & - (n-i) \left\{ 2 \left(\frac{i}{3}\right) h + \left(\frac{i-1}{2}\right) S \right\} - \left\{ 2 \left(\frac{i}{4}\right) h + \left(\frac{i-1}{3}\right) S \right\} \end{aligned} \right] A_{n-i} \quad (n \geq 4)$$

ここで、 $S_1 = [(g+f_1) + m^2(2g+f_2 h)]$ 、 $S_2 = m^2[(4g+2f_1+f_2 h) - m^2(g+f_1)]$ 。

また、 P_n ($n \geq 4$) は特解項の係数で、 $P_4 = 1/24(1+g)$ で、 $n \geq 5$ に対しては、 A_n と同様な式になる。

これらの式において、二項係数 $\binom{n}{r}$ で、 $n < r$ のときは $\binom{n}{r} = 0$ とする。

4. 解析結果

図1のように、リブ補剛環状板の4半分の範囲にだけ荷重が分布して作用している場合、計算は、対称載荷と逆対称載荷の各ケースの結果を重ね合わせて、断面力および変形を求めることができる(図2)。

図2(a)の載荷ケースでは等分布満載の対称曲げの解析となるが、¹⁾ 図2(b),(c),(d)の載荷ケースでは、荷重を円周方向にフーリエ級数に展開して解析が行なわれ、そのフーリエ級数の各項ごとに、ここに誘導した級数解を用いて数値計算することになる。従って、ここに誘導した級数の収束性と、その次の段階として

のフーリエ級数の収束性の両方が良好であることが、数値計算上要求される。

いろいろな剛比で数値計算を行なった結果では、剛比 f_1 の大きさが級数解の収束性に大きな影響を及ぼすことがわかった。4半分の範囲の载荷状態の場合では、 f_1 が10を越える程度になると収束性が悪くなり、また载荷範囲が半分の場合では、 f_1 が50を越えるとやはり収束不良であった。すなわち、半径方向の剛性よりも円周方向の剛性がかかなり強い補剛板の場合においては解が得られなかった。逆に半径方向剛性が円周方向剛性に近い、またはそれ以上である補剛板の場合では良好な収束結果が求まった。

解析結果のうち、図3に、外縁固定内縁自由の場合と逆に外縁自由内縁固定の場合について、半円周ACDに沿った、たわみ(w)と半径方向曲げモーメント($r \cdot M_r$)の分布を示す。

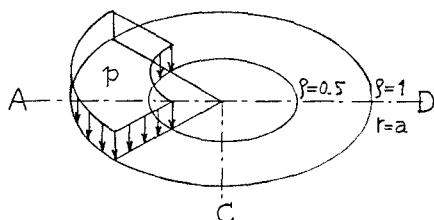


図1. 4半分の範囲に荷重を受ける環状板

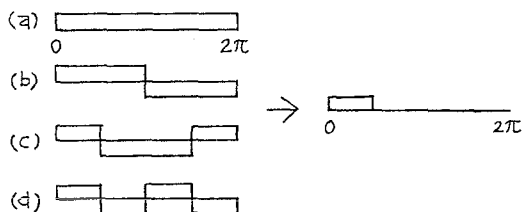


図2. 荷重の重ね合わせ

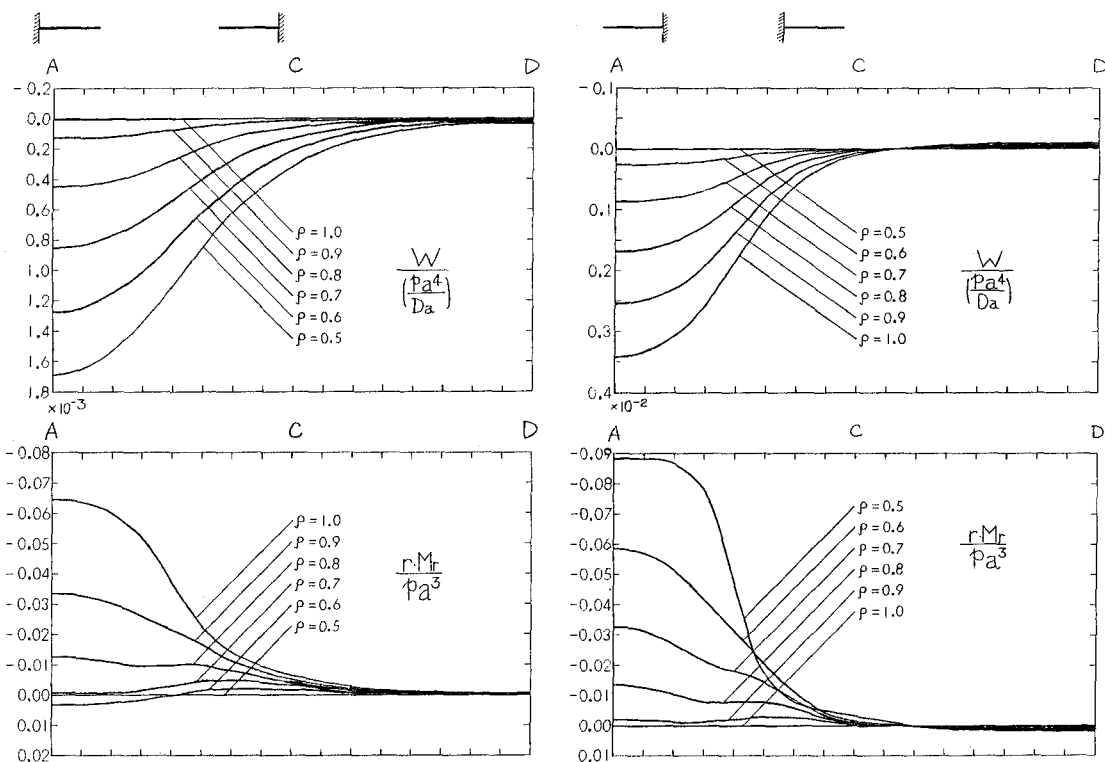


図3. 解析結果：半円周ACDに沿った、たわみ、曲げモーメントの分布（内縁： $0.5 \leq \rho \leq 1.0$ ：外縁）

5. あとがき

($f_1 = 1, f_2 = 1, g = 1, h = 0.1, \nu = 0.3$ の場合)

リブ補剛環状板の一部の領域に荷重が作用した場合の解析を試みた。誘導した級数解の収束性について検討を加えて適用範囲を明らかにして、解析結果を示した。

（参考文献）1) 荻澤憲吉・芳村仁・石井康裕：リブ補剛環状板の横荷重による対称曲げ、土木学会北海道支部論文報告集、第44号、1988.2