

I-106 有限帯板法によるトラストプレートの応力解析

岩手大学工学部 学生員 村上 康裕
 岩手大学工学部 正員 岩崎 正二
 日本大学生産工学部 正員 能町 純雄
 岩手大学工学部 正員 宮本 裕

1. まえがき

本論文の目的は、帯板要素偶点の境界値を考慮した有限帯板要素公式を導き、この公式を用いてトラストプレートの変位及び断面力分布を求め、トラストプレートの弾性挙動を明らかにしようとするものである。

2. 解析理論

2. 1 有限帯板要素公式 相対する2辺が単純支持、他の2辺がトラストで支持されている解析モデルを考える(図-1)。有限帯板法による解析では、対象とする床版部分を n 個の帯板要素に分割し、力学的にこれを再構成し解析を行なう。図-2に示すような長さ ℓ 、幅 b 、厚さ h 、の任意の帯板法要素において、 x 、 y 、 z 方向の変位を u 、 v 、 w 、 y 方向たわみ角を θ とする。 r 辺、 $r+1$ 辺の節線力を $\{Q_{r \cdot r+1}, M_{r \cdot r+1}, Q_{r+1 \cdot r}, M_{r+1 \cdot r}\}^T$ 、 $\{T_{r \cdot r+1}, S_{r \cdot r+1}, T_{r+1 \cdot r}, S_{r+1 \cdot r}\}^T$ で表わし、これらの節線力に対応する節線変位を $\{w_r, \theta_r, w_{r+1}, \theta_{r+1}\}^T$ 、 $\{u_r, v_r, u_{r+1}, v_{r+1}\}^T$ とする。面内変形に対するつりあい方程式に、ガラーキン法を適用し、断面力とひずみとの関係より x に関する線形連立偏微分方程式を求め、この式に有限フーリエ変換を施すと次式が求まる。面外力については、参考文献¹⁾を参照されたい。

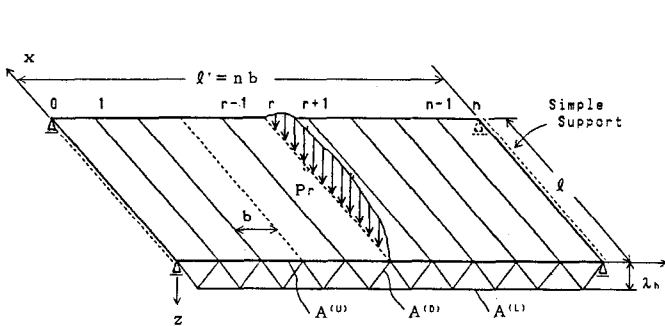


図-1 トラスト支持床版構造

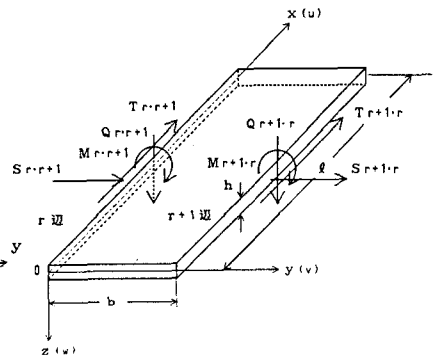


図-2 帯板要素の局所座標

$$\begin{Bmatrix} C_m[T_{r \cdot r+1}] \\ S_m[S_{r \cdot r+1}] \\ C_m[T_{r+1 \cdot r}] \\ S_m[S_{r+1 \cdot r}] \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} & t_{14} \\ & t_{22} & -t_{14} & t_{24} \\ \text{Sym.} & & t_{11} & -t_{12} \\ & & & t_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C_m[u_r] \\ S_m[v_r] \\ C_m[u_{r+1}] \\ S_m[v_{r+1}] \end{Bmatrix}$$

$$- \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & u_{14} \\ 0 & u_{22} & 0 & u_{24} \\ u_{13} & -u_{14} & u_{11} & -u_{12} \\ 0 & u_{24} & 0 & u_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_r^0 \\ v_r^0 \\ \dot{u}_{r+1}^0 \\ v_{r+1}^0 \end{Bmatrix} + (-1)^m \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & u_{14} \\ 0 & u_{22} & 0 & u_{24} \\ u_{13} & -u_{14} & u_{11} & -u_{12} \\ 0 & u_{24} & 0 & u_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_r^\ell \\ v_r^\ell \\ \dot{u}_{r+1}^\ell \\ v_{r+1}^\ell \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここで、 $C_m[T_{r \cdot r+1}]$ 及び $S_m[S_{r \cdot r+1}]$ は以下のように表わされ、他にもこれに準ずる。

$$C_m[T_{r \cdot r+1}] = \int_0^\ell T_{r \cdot r+1}(x) \cos \frac{m\pi}{\ell} x dx, \quad S_m[S_{r \cdot r+1}] = \int_0^\ell S_{r \cdot r+1}(x) \sin \frac{m\pi}{\ell} x dx$$

$$\begin{aligned} t_{11} &= \frac{bN}{3} \alpha^2 + \frac{Gh}{b}, & t_{12} &= \left(\frac{\nu N}{2} - \frac{Gh}{2} \right) \alpha, & t_{13} &= \frac{bN}{6} \alpha^2 - \frac{Gh}{b}, & t_{14} &= - \left(\frac{\nu N}{2} + \frac{Gh}{2} \right) \alpha \\ t_{22} &= \frac{Ghb}{3} \alpha^2 + \frac{N}{b}, & t_{24} &= \frac{Ghb}{6} \alpha^2 - \frac{N}{b}, & u_{11} &= - \frac{bN}{3}, & u_{12} &= \frac{\nu N}{2} - \frac{Gh}{2}, & u_{13} &= - \frac{bN}{6} \\ u_{14} &= - \left(\frac{\nu N}{2} + \frac{Gh}{2} \right), & u_{22} &= \frac{Ghb}{3} \alpha, & u_{24} &= \frac{Ghb}{6} \alpha, & N &= \frac{Eh}{1-\nu^2}, & \alpha &= \frac{m\pi}{l} \end{aligned}$$

2. 2 つりあい方程式と境界条件 r 辺に垂直荷重 P_r が作用しているときの各節線力のつりあい式は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} S_m[Q_{r,r+1}] + S_m[Q_{r,r-1}] &= P_r^r \\ S_m[M_{r,r+1}] + S_m[M_{r,r-1}] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2) \quad \left. \begin{aligned} C_m[T_{r,r+1}] + C_m[T_{r,r-1}] &= 0 \\ S_m[S_{r,r+1}] + S_m[S_{r,r-1}] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

また、境界条件は境界辺の r 点において次式が成り立つものとする。

$$\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \Big|_{r,r-1} = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \Big|_{r,r+1} \quad (4) \quad \frac{1}{2} (T_x^{r,r-1} + T_x^{r,r+1}) = 0 \quad (7)$$

$$\frac{1}{2} (M_x^{r,r-1} + M_x^{r,r+1}) = 0 \quad (5) \quad \frac{1}{2} (S_{xy}^{r,r-1} + S_{xy}^{r,r+1}) = \frac{H_r}{b} \quad (8)$$

$$\frac{1}{2} (R_x^{r,r-1} + R_x^{r,r+1}) = \frac{V_r}{b} \quad (6)$$

M_x 、 R_x は境界辺でのモーメントと等価せん断力、 T_x 、 S_{xy} はそれぞれ境界辺での x 方向の垂直力と y 方向のせん断力を表す。 H_r 、 V_r はトラスから生ずる y 方向、 z 方向の未知節点反力を表す。

2. 3 解式 等分布荷重が作用した場合、式(4)、(5)、(7)の境界条件を考慮して式(2)、(3)のつりあい方程式を、フーリエ定和変換により解くと下式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} S_i[w_r] &= g_1(i, x) S_i[w_r^0] + f_1(i, x) S_i[P_r] \\ R_i[\theta_r] &= g_2(i, x) S_i[w_r^0] + f_2(i, x) S_i[P_r] \end{aligned} \right\} \quad (9) \quad \left. \begin{aligned} S_i[u_r] &= h_1(i, x) R_i[v_r^0] \\ R_i[v_r] &= h_2(i, x) R_i[v_r^0] \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

ここで $S_i[w_r] = \sum_{r=1}^{n-1} w_r \sin \frac{i\pi}{n} r$ 、 $R_i[\theta_r] = \sum_{r=1}^{n-1} \theta_r \cos \frac{i\pi}{n} r + \frac{1}{2} (-1)^i \theta_n + \frac{1}{2} \theta_0$ 、

他もこれに準ずる。 w_r^0 、 v_r^0 は $x=0$ の境界辺における r 点での変位を表す。

式(9)を式(6)に、式(10)を式(8)に代入すると、未知の境界変位が次式のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} S_i[w_r^0] &= a_{11}(i) S_i[P_r] + b_{11}(i) S_i[V_r] \\ R_i[v_r^0] &= c_{11}(i) C_i[H_r] \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

この板の境界変位とトラスの変位が等しいと置くことにより、 $C_i[H_r]$ と $S_i[V_r]$ を求めることができる。

3. 数値計算例

図-3は等分布荷重載荷時の周辺単純支持床版とトラス支持床版のたわみの違いを調べたもので、 $r=10$ ($y=l'/2$) に沿う x 方向のたわみ分布をトラス部材の断面積を変化させて計算したものである。

数値計算に用いた数値は次の通りである。

$l = l' = 20m$, $q = 0.01kgf/cm^2$, $\nu = 0.3$,
 $A^{(U)} = A^{(L)} = A^{(D)} = 25, 50, 75, 100cm^2$,
 $h = 10cm$, $\lambda_h = 50cm$, $E = 2.1 \times 10^6 kg/cm^2$,
 $m = 100$ 項, 分割数 $n = 20$, $w = \alpha (q l'^4/D)$

参 考 文 献

1) 岩崎正二, 能町純雄, 木田哲量: 有限要素法によるランガードプレートの応力解析, 構造工学論文集, Vol. 35A (1989年3月) pp. 203~212

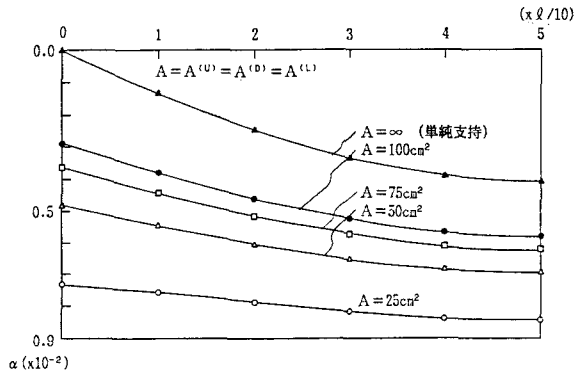


図-3 $y = l'/2$ に沿う x 方向たわみ分布