

I-104

境界要素法に基づく薄肉断面部材の一解法について

愛媛大学工学部 正 員 大賀水田生
愛媛大学大学院 学生員 小東 薫範
徳 山 高 専 正 員 重松 恒美

1. まえがき

境界型の解法である境界要素法（BEM）は、対象領域の境界の離散化のみで解析可能であり、領域型の解法である有限要素法（FEM）に比較して入力データ量及び計算時間が大幅に軽減されること、及び任意の内点での変形量を簡単に求めることができることなどの特徴を有している。そこで、本研究ではこのBEMに基づく薄肉断面部材の一解法、すなわち境界要素法と伝達マトリックス法を組み合わせる方法（BETM）による薄肉断面部材の解法について述べるとともに、数値計算例により本法の解の精度及び有用性について検討する。

2. 折板構造に対するBETM

BETMでは図-1に示すように、折板をいくつかの副領域（ $D_k, k=1, 2, \dots, m$ ）に分割する。薄肉断面部材の解析では、面内及び面外変位を同時に考慮する必要があるので、それぞれの副領域に二次元弾性問題及び板の曲げ問題に対する境界要素法の基礎式を導入する。

$$H_{mk} \cdot u_{mk} = G_{mk} \cdot p_{mk} + b_{mk} \dots (1)$$

$$H_{bk} \cdot u_{bk} = G_{bk} \cdot p_{bk} + b_{bk} \dots (2)$$

ここに、 H, G ：境界要素法に基づき計算される係数マトリックス、 u, p, b ：境界上の変位、表面力及び荷重ベクトル、 m, b ：二次元弾性問題及び曲げ問題を示す添字。

式(1)、(2)の両辺に G^{-1} を前掛けすると次式を得る。

$$p_{mk} = K_{mk} \cdot u_{mk} - f_{mk} \dots (3) \quad K_{mk} = G_{mk}^{-1} \cdot H_{mk}, \quad f_{mk} = G_{mk}^{-1} \cdot b_{mk}$$

$$p_{bk} = K_{bk} \cdot u_{bk} - f_{bk} \dots (4) \quad K_{bk} = G_{bk}^{-1} \cdot H_{bk}, \quad f_{bk} = G_{bk}^{-1} \cdot b_{bk}$$

式(3)、(4)を変形することにより、副領域の左右の境界上の状態量を関係づける格間伝達マトリックスが二次元弾性問題及び板の曲げ問題に対して、それぞれ次のように得られる。

$$\bar{z}_m^R = T_m \cdot \bar{z}_m^L \dots (5) \quad \bar{z}_m = \{u, v, N_x, N_y\}^T$$

$$\bar{z}_b^R = T_b \cdot \bar{z}_b^L \dots (6) \quad \bar{z}_b = \{w, \theta, Q, M\}^T$$

ここに、 u, v, w, N_x, N_y, Q ：それぞれ、局所座標系に関する x, y, z 方向の変位及び断面力、 θ, M ：境界上の回転角及び曲げモーメント、 $\bar{z}_m^L, \bar{z}_m^R$ ：局所座標系に関する左右境界上の状態量。

二次元弾性問題及び板の曲げ問題に対する格間伝達マトリックス T_m, T_b を組み合わせることにより、折板構造に対する格間伝達マトリックスが次のように得られる。

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ N_x \\ N_y \\ w \\ \theta \\ Q \\ M \end{Bmatrix}^T = \begin{bmatrix} T_m & 0 \\ 0 & T_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ N_x \\ N_y \\ w \\ \theta \\ Q \\ M \end{Bmatrix}^T \dots (7)$$

$$\bar{z}^R = T \cdot \bar{z}^L \dots (8)$$

ここで、全体座標系と任意の副領域の局所座標系とを関係づける座標変換マトリックス R を導入し、 $\bar{z}^R, \bar{z}^L$ を全体座標系に関する状

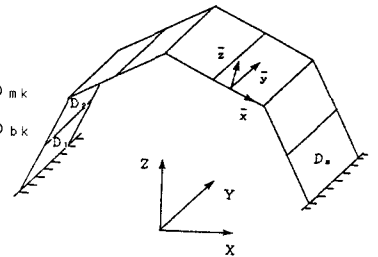


図-1 副領域分割

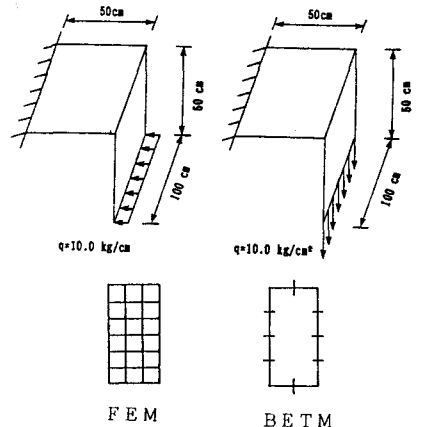


図-2 解析モデル

態量 z^R , z^L に変換すると、全体座標系に関する伝達マトリックス T' が次のように得られる。

$$R = \begin{bmatrix} R_\theta & 0 \\ 0 & R_\theta \end{bmatrix} \quad \cdots (9) \quad R_\theta = \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & -\sin \alpha & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \alpha & 0 & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$z^R = R^T T R z^L = T' z^L \cdots \cdots (10)$$

3. 数値計算例及び考察

1) 線荷重を受ける折板部材 図-2に示すような2枚の板パネルよりなり、1辺が固定された折板断面部材の自由端に水平方向及び鉛直方向の線荷重が作用する場合について、BETM及びFEMにより解析を行った。図-2に本数値例での要素分割法を示しており、BETMでは各パネルをそれぞれ12個の境界要素に、FEMでは各パネルを1節点6自由度を有する18個の四角形要素に分割している。図-3に両解法により得られた変形状態の比較を示しており、さらに表-1に自由端での変位（水平荷重の場合：水平変位 u 、垂直荷重の場合：垂直変位 w ）及び本数値例での計算時間の比較を示している。いずれの荷重モデルにおいても両解法による結果は最大7%以内の誤差で一致している。また、BETMではFEMと同程度の計算時間で解が得られている。

2) 等分布荷重を受ける折板部材 図-4に示すような3枚のパネルよりなり、両端が固定された折板断面部材の中央パネルに等分布荷重が作用する場合について解析を行った。図-4に本数値例での要素分割法を示しており、BETMでは各板パネルをそれぞれ12個の境界要素に、FEMでは各板パネルを36個の四角形要素に分割している。図-5に両解法により得られた変形状態の比較を、さらに表-2に中央パネルでの最大垂直変位 w 、側板パネルでの最大水平変位 u 及び計算時間の比較を示している。いずれの場合においても両者の誤差は10%以内となっており、またBETMではFEMに比較して約76%の計算時間で解が得られている。

参考文献 1) Ohga, Shigematsu and Hara: Structural Analysis by a Combined Boundary Element-Transfer Matrix Method, Computers & Structures, Vol.24, No.3, 1986. 2) Ohga and Shigematsu: Bending Analysis of Plates with Variable Thickness by Boundary Element-Transfer Matrix Method, Computers & Structures, Vol.28, No.5, 1988.

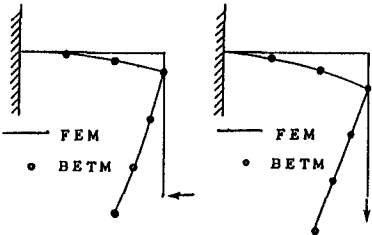


図-3 たわみ曲線の比較

表-1 変位及び計算時間の比較

	水平荷重		鉛直荷重	
	u (cm)	CPU (sec)	w (cm)	CPU (sec)
BETM	8.25	39.2	2.07	39.3
FEM	8.64	40.9	2.19	40.8
誤差(%)	6.7	95.8	5.4	96.3

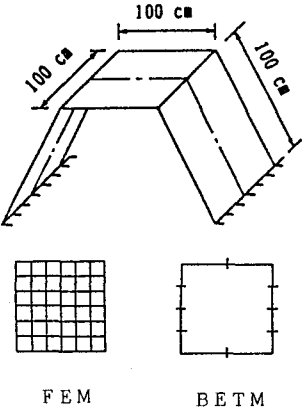


図-4 解析モデル

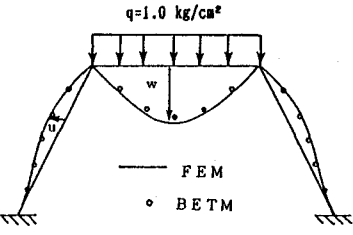


図-5 たわみ曲線の比較

表-2 変位及び計算時間の比較

	u (cm)	w (cm)	CPU (sec)
BETM	0.85	2.83	53.2
FEM	0.92	3.14	70.4
誤差(%)	7.6	9.9	75.6