

I-103

非線形応力-ひずみ関係部材における支点モーメントの算出法

日本大学 正 員 能町純雄
 日本大学 正 員 木田哲量
 日本大学 正 員 澤野利章
 日本大学 学生員○李 鴻鈞

1. 概 説

ひずみ ε と応力 σ が線形関係にある材料が、ラーメン構造物に用いられた場合の支点モーメントの算出はこれまで充分確立されている。一方、両者の関係が非線形である場合の支点モーメントの算出法は、種々の計算法があり、成果が得られているが、ここでは応力-ひずみ関係が、式（1）のような関係にある非線形部材について、その支点モーメント算出法について解析を試みる。

$$\sigma = E \left(\varepsilon - \frac{\varepsilon^3}{3 \varepsilon_0^2} \right) \quad (1)$$

ここで、式（1）における定数 ε_0 は、応力-ひずみ関係において、復元作用が存在するひずみの範囲における応力が最大値となる時のひずみ値である。

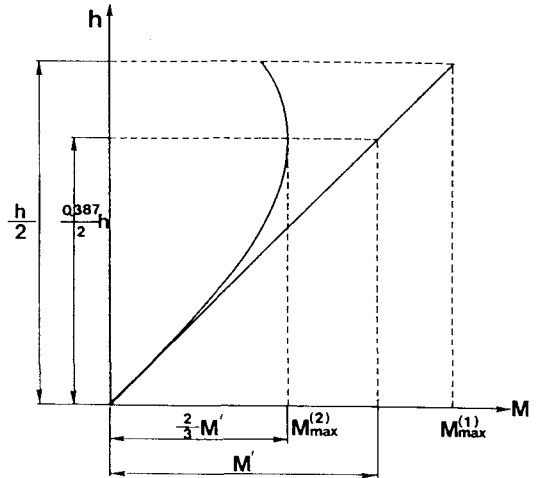


図-1 梁断面の曲げモーメント

2. 解析方法

梁は断面に対して、平面保持の法則が成り立つものとする、応力-ひずみ関係が線形の場合には、曲げモーメント $M^{(1)}$ は、

$$M^{(1)} = E I \kappa \quad (2)$$

また、非線形関係の場合は式（1）より曲げモーメント $M^{(2)}$ は、

$$M^{(2)} = E I \kappa \left(1 - \frac{\kappa^2}{3 \kappa_0^2} \right) \quad (3)$$

ここで、 κ_0 : $M^{(2)}$ が最大になる時の曲率で表すことができる。

3. 非線形たわみ角公式

非線形な応力-ひずみ関係を示す部材の曲率 κ は式（3）から式（4）として表すことができる。

$$\kappa = \frac{M^{(2)}}{E I} + \frac{\kappa^3}{3 \kappa_0^2} = \frac{M}{E I} + \frac{\kappa^3}{3 \kappa_0^2} \quad (4)$$

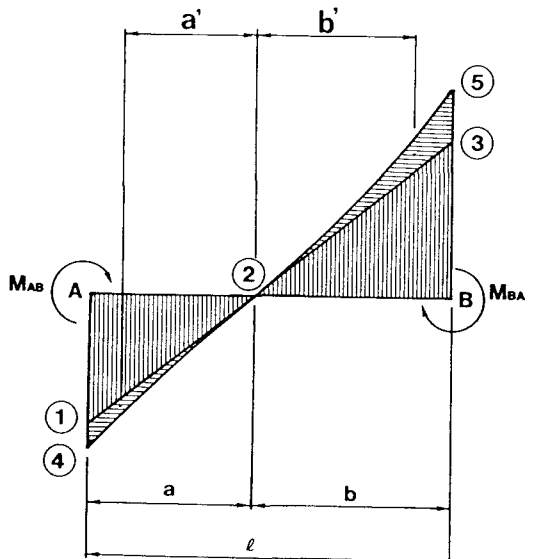


図-2 弾性荷重

いま、部材ABの両端に M_{AB} 、 M_{BA} が図-2のように作用するとき、 M_{AB} 、 M_{BA} によって分割された点②に曲げモーメントが0となる点があり、式（4）の右辺第2項が①②区間では①②④、②③区間では②③⑤で曲率の増加部分となる。図-2中の増加した弾性荷重①②④を $\Delta \kappa_{AB}$ 、②③⑤を $\Delta \kappa_{BA}$ とおくと、これらは式（4）の関係より次式となる。

$$\Delta \kappa_{AB} = \frac{EI a}{3 M_{AB} \kappa_0^2} \left(\frac{\kappa_{AB}^4}{4} - \frac{\kappa_{AB}^6}{6 \kappa_0^2} \right) \quad (5)$$

$$\Delta \kappa_{BA} = \frac{EI a}{3 M_{BA} \kappa_0^2} \left(\frac{\kappa_{BA}^4}{4} - \frac{\kappa_{BA}^6}{6 \kappa_0^2} \right) \quad (6)$$

また、これらの増加分の重心の位置は①②区間では点②からの距離 a' 、②③区間では点②からの距離 b' となる。

$$a' = a \left\{ \frac{\frac{1}{5} - \frac{4}{21} \eta_{AB}^2 + \frac{1}{27} \eta_{AB}^4}{\frac{1}{4} - \frac{1}{4} \eta_{AB}^2 + \frac{1}{18} \eta_{AB}^4} \right\} d \kappa \quad (7)$$

$$b' = b \left\{ \frac{\frac{1}{5} - \frac{4}{21} \eta_{BA}^2 + \frac{1}{27} \eta_{BA}^4}{\frac{1}{4} - \frac{1}{4} \eta_{BA}^2 + \frac{1}{18} \eta_{BA}^4} \right\} d \kappa \quad (8)$$

ここで、 $\eta_{AB} = \kappa_{AB} / \kappa_0$ 、 $\eta_{BA} = \kappa_{BA} / \kappa_0$

以上から、弾性荷重を全て作用させた場合の反力として得られるたわみ角 α_{AB} 、 α_{BA} は次のようになる。

$$\alpha_{AB} = \frac{M_{AB} \ell}{3 EI} - \frac{M_{BA} \ell}{6 EI} + \alpha_{AB}' \quad (9)$$

$$\alpha_{BA} = \frac{M_{BA} \ell}{3 EI} - \frac{M_{AB} \ell}{6 EI} + \alpha_{BA}' \quad (10)$$

$$\therefore M_{AB} = \frac{2 EI}{\ell} (2 \theta_{AB} + \theta_{BA} - 3 R_{AB}) + \frac{EI}{6 \ell} (2 \alpha_{AB}' - \alpha_{BA}') \quad (11)$$

$$\therefore M_{BA} = \frac{2 EI}{\ell} (2 \theta_{BA} + \theta_{AB} - 3 R_{AB}) + \frac{EI}{6 \ell} (2 \alpha_{BA}' - \alpha_{AB}') \quad (12)$$

ここで、 α_{AB}' ： $\Delta \kappa_{AB}$ と $\Delta \kappa_{BA}$ の増加によるA点の反力、

α_{BA}' ： $\Delta \kappa_{AB}$ と $\Delta \kappa_{BA}$ の増加によるA点の反力

θ_{AB} 、 θ_{BA} ：線形関係としてのたわみ角

上式（11）、（12）が応力とひずみの関係が3次式によって表される場合のはり部材のたわみ角方程式である。

3. 非線形部材の支点モーメントの計算方法

①1回目の $\Delta \kappa = 0$ とし、線形の曲げモーメント M_{AB} 、 M_{BA} を算出する。

②ここで、算出された M_{AB} 、 M_{BA} に対して新たに κ を求めて、 $\Delta \kappa_{AB}$ 、 $\Delta \kappa_{BA}$ 、 a' 、 b' を求める。

③ $\Delta \kappa_{AB}$ 、 $\Delta \kappa_{BA}$ 、 a' 、 b' の関係を曲げモーメント M_{AB} 、 M_{BA} を求める式に代入して、新しい非線形曲げモーメントの値を得る。

④ここで、求められた曲げモーメントと前回の曲げモーメントの値を比較し収束するまで繰り返し計算を行う。