

## I-102

## 一軸対称断面梁のひずみ硬化弾塑性解析

創建コンサルタント(株) 正員 石田 静  
秋田大学 正員 薄木 征三

## 1.はじめに

梁理論に忠実に従い、弾塑性状態の変形挙動を求めることは、曲げモーメントー曲率（ $M-\phi$ ）関係が非線形化するために困難である。この方法は古くから行われているが、ほとんどが二軸対称断面である。一軸対称断面梁では、さらに複雑になるので、有限要素法を用いて解かれていることが多い。本報告では、チャンネル断面単純梁を解析の対象にし、全ひずみ理論から断面力ー変位関係を導き、仮想仕事の定理よりたわみを求めた。また、材料試験結果より得られた応力ーひずみ関係をtri-linear型でモデル化し、弾塑性状態の挙動を解析した。

## 2.応力ーひずみモデル

ひずみ硬化領域の鋼材の挙動を知る必要性から材料の引張り試験を行った。使用した鋼材はSS41である。そして、本報告では微小変位理論が適用できるひずみの最大値を5%と仮定し、この範囲内での応力ーひずみ曲線の一例を図-1に示した。この図より硬化後の応力ーひずみ曲線は、ほぼ直線で表現できると推定され、応力ーひずみ曲線に tri-linearで近似したモデルを採用した。硬化後の応力 $\sigma$ は次式で表される。

$$\sigma = E_h \varepsilon + \sigma_0 \quad \text{①}$$

ここに、 $\sigma_0$ ：定数（ $=E_h \varepsilon_h + \sigma_Y$ ）， $\sigma_Y$ ：降伏応力

$E_h$ ：ひずみ硬化係数， $\varepsilon_h$ ：ひずみ硬化開始ひずみ，

材料試験結果から解析で用いる応力ーひずみモデルを図-1に波線で示した。

## 3.たわみの解析法

解析対象となる弾塑性状態のチャンネル断面梁、および座標系を図-2に示す。 $x$ 軸を境にした対称性から $0 \leq z \leq L/2$ の範囲内を考え、この間に断面内の応力分布により区別される弾塑性状態が、 $n$ 種類あるとする。また求めるべき $x$ 座標でのたわみを $\delta$ とし、スパン中央に仮想単位力 $P=1$ を作用させた弾性梁内部の曲げモーメントを $\bar{M}$ とする。仮想仕事の定理を弾塑性域と弾性域に分けて適用すると、弾塑性状態におけるたわみ式として次式を得る。

$$\delta = 2 \sum_{i=1}^n \int_{a_{i-1}}^{a_i} \frac{\bar{M} (M_0 F_0 - N_0 Z_0)}{E (F_0 I_0 - Z_0^2)} dz + 2 \int_{a_n}^{L/2} \frac{\bar{M} M}{E I} dz \quad \text{②}$$

ここに、 $a_1 \sim a_n$ ： $z=0$ から弾塑性状態の変移点  $a_n$  までの距離（ただし、 $a_0=0$ ）

$I$ ：断面二次モーメント， $M_0, N_0$ ：断面内の弾性部分が受け持つ断面力， $F_0$ ：弾性部分の面積

$Z_0$ ：弾性部分の断面一次モーメント， $I_0$ ：弾性部分の断面二次モーメント

②式の右辺第一項の  $M_0, N_0, F_0, Z_0, I_0$  はスパン方向の断面内の弾塑性応力状態により違う式になる。ゆえに、各荷重ごとに②式を適用し、たわみを求めた。なお、現在解析の対象となる一軸対称断面梁では被積分関数が複雑になり数値積分で計算した。

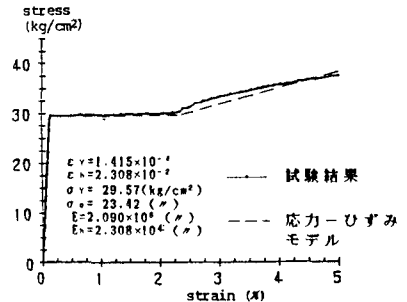


図-1 応力-ひずみ曲線

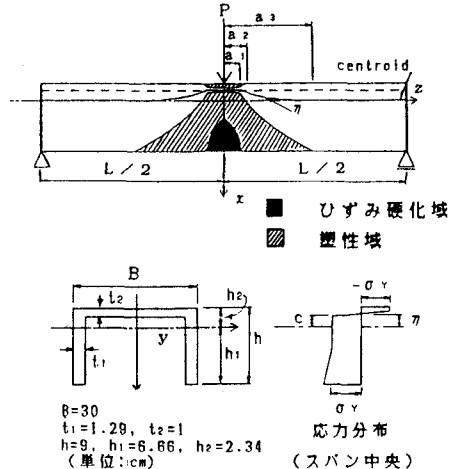


図-2 弾塑性状態のチャンネル断面梁

#### 4. 解析結果及び考察

パラメータ  $P/P_{y1}$  ( $P_{y1}$ : 初期降伏荷重) を 1.71, 1.77, 1.93 と変化させた時の、スパン方向の断面上縁(1), 下縁(2)のひずみを図-3に示した。この図から梁が弾塑性状態になると、弾性域ではひずみ分布は線形であるが弾塑性域になると非線形になりひずみが急に増加することが解る。また、ひずみ硬化が起こると ( $P/P_{y1}=1.93$ ) 弾塑性域と硬化域では、ひずみ分布の形状が違い、硬化域内では徐々にひずみの増分は減少する。図-4は、一点载荷、対称二点载荷に関する荷重-たわみ曲線の解析結果と実験値を示した。この図中には  $P_{y1}$  とともに、 $P_{y2}$  (スパン中央の上縁が降伏する荷重),  $P_{o1}$  (スパン中央で全断面塑性化する荷重, ひずみ硬化無視) を書き入れた。横軸には、たわみ  $\delta$  以外に  $\delta/\delta_{y1}$  ( $\delta_{y1}$ :  $P=P_{y1}$  でのたわみ) の軸を、また縦軸には荷重  $P$  を  $P_{o1}$  で無次元化した軸をとり荷重とたわみの関係を示した。この図の解析結果より一点载荷では、荷重の増加に対するひずみ硬化の発現が早く、二点载荷はかなり変形が進行しないと影響がでないことが解る。また、一点载荷では実験結果と解析結果を比較すると一致しない。これは、幅  $B$  とスパン  $L$  の比より、せん断変形が影響していると考えられる。よって、弾性理論にもとづいた、曲げとせん断力によるたわみを二点鎖線で示した。よって、一点载荷では、せん断力によるたわみが、かなり影響している。

#### 5. まとめ

静定梁に関しては、梁理論に忠実に基づいて、ひずみ硬化域を含む弾塑性状態の挙動が得られた。今後の課題として、せん断変形の考慮した解析が望まれる。

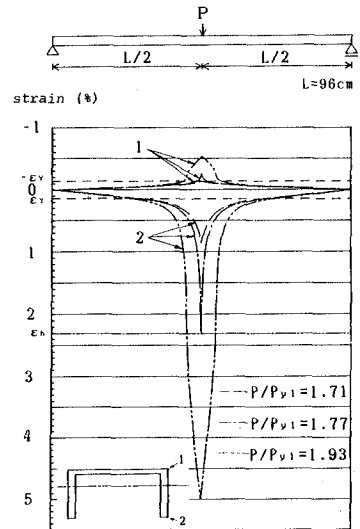


図-3 スパン方向のひずみ分布

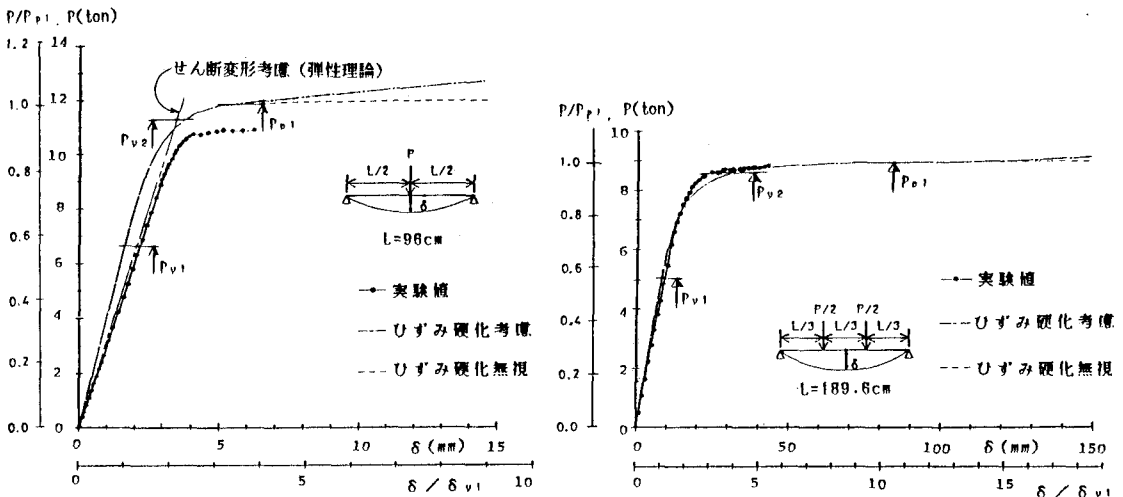


図-4 荷重-たわみ曲線

#### <参考文献>

- 1) 石田・薄木：ひずみ硬化チャンネル断面はりのひずみとたわみ，昭和63年度東北支部講演概要集(1989)
- 2) Chen, W.F., Atsuta, T.: Theory of beam-columns