

I-97 断面力表示構成則による立体骨組み 構造物の弾塑性有限変位解析

○ 大成建設 正 員 水野克彦
名古屋大学 正 員 宇佐美勉

1. 緒言：本研究は、平面構造物に対して昨年度発表した構成則¹⁾、即ち断面の直接関数である降伏関数を用いる断面力表示構成則を立体構造物に適用し、弾塑性有限変位解析を試みたものである。今回の解析の主な仮定は次のようである。1) 2軸対称の薄肉閉断面で完全弾塑性体である。2) 平面保持の仮定が成り立つ。3) ねじりについてはSt.Venantのねじりを用い、反りねじりは考えない。4) 降伏基準はvon Misesを用いる。5) St.Venantのねじりによるせん断流れは一定である。6) 局部座屈は考えない。などである。

2. 降伏関数：今回の解析では、軸力(N)と2軸曲げモーメント(M_y, M_z)、及びねじりモーメント(T)を受ける薄肉閉断面について、降伏関数を定めた。即ち、初期降伏関数 F_1 および完全塑性状態降伏関数 F_2 を以下のようにおく。(図1参照)

$$F_1 = \sqrt{(n + f_y \cdot m_y + f_z \cdot m_z)^2 + t^2} - 1 \quad (1)$$

$$F_2 = n^{C_1} + m_y^{C_2} + m_z^{C_3} + t^{C_4} - 1 \quad (2)$$

ここで、 $n = N/N_p, m_y = M_y/M_{yp}, m_z = M_z/M_{zp}, t = T/T_p, N_p$ = 降伏軸力、 M_{yp}, M_{zp} = y, z軸に対する全塑性モーメント、 T_p = 全塑性ねじりモーメント、 f_y, f_z = 塑性形状係数、 C_1, C_2, C_3, C_4 = 断面形により定まる係数である。一般断面（箱型、円管等）についてのこの係数は、軸力、モーメント、ねじりの相関関係を、 $F_2 = 0$ とし、文献2)の相関関係式を基に C_1, C_2, C_3, C_4 を非線形最小二乗法によって定めた。箱型断面では幅と高さの比 B/D をパラメータとして一次式にまとめ、また、円管断面については全ての断面で一定とし、表1に示す。

続いて F_1 と F_2 より、これ以後の数値計算や構成則を求めるのに用いる（後続の）降伏関数 F を以下のよう求める。まず文献1)より、以下に定めるパラメータ α_y, α_z を導入する。 α は相当塑性曲率 χ_{ps} の関数で、純曲げについて定めた断面内での弾塑性状態の尺度となるべき硬化パラメータである。

$$\alpha_y = 1 - (1 - 1/f_y) \cdot \text{EXP}(-\beta_y \cdot \chi_{yps}) \quad \alpha_z = 1 - (1 - 1/f_z) \cdot \text{EXP}(-\beta_z \cdot \chi_{zps}) \quad (3.1), (3.2)$$

ここで、 $\chi_{yps} = E \cdot I_y \chi_{ps} / M_{yp}, \chi_{zps} = E \cdot I_z \chi_{ps} / M_{zp}$ とし、 β = 定数(断面により定まる定数で、具体的な数値は文献1)に示してある。)、 E = 弾性係数、 I_y, I_z = 断面二次モーメントである。

次に、降伏関数 F_2 の右辺の m_y, m_z を、 $m_y/\alpha_y, m_z/\alpha_z$ とおきかえ、 $\sqrt{(1 - \alpha_y)(1 - \alpha_z)} \cdot g(n, m_y, m_z, t)$ をさらに加えてやる。そして、 $\alpha_y = 1/f_y, \alpha_z = 1/f_z$ 、すなわち初期降伏曲面に達するまでは $F = F_1$ となるように、 $g(n, m_y, m_z, t)$ を定める。こうして求めた降伏関数 F は、次のようになる。

$$F = n^{C_1} + (m_y/\alpha_y)^{C_2} + (m_z/\alpha_z)^{C_3} + t^{C_4} + \sqrt{(1 - \alpha_y)(1 - \alpha_z)} \cdot g(n, m_y, m_z, t) - 1 \quad (4)$$

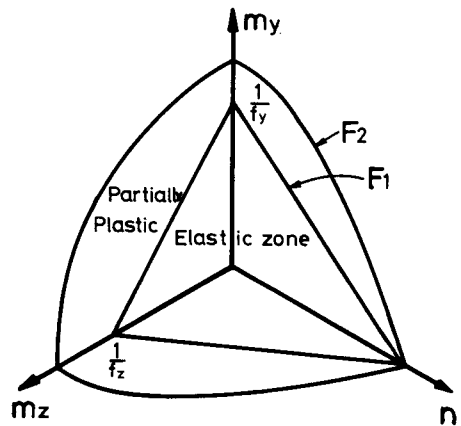


図1 $t = \text{const.}$ での降伏曲面

表1 非線形最小二乗近似を用いて定めた $C_1 \sim C_4$

	箱形断面	円管断面
C 1	$1.27 + 0.0124 \cdot B/D$	1.8423
C 2	$1.78 - 0.0524 \cdot B/D$	1.8333
C 3	$1.69 + 0.0398 \cdot B/D$	1.8333
C 4	$2.52 - 0.0065 \cdot B/D$	1.8338

$$g(n, m_y, m_z, t) = \{ \sqrt{(n + f_y \cdot m_y + f_z \cdot m_z)^2 + t^2} - n^{C1} - m_y^{C2} - m_z^{C3} - t^{C4} \} / \sqrt{(1 - f_y)(1 - f_z)} \quad (5)$$

3. 構成則：2で求めた降伏関数Fに、適合条件（consistency condition）、法線則（normality rule）等をあてはめる。

$$(\partial F / \partial N) dN + (\partial F / \partial M_z) dM_z + (\partial F / \partial M_y) dM_y + (\partial F / \partial T) dT + (\partial F / \partial \chi_{ps}) d\chi_{ps} = 0 \quad \text{適合条件} \quad (6)$$

$$d\varepsilon^p = d\lambda (\partial F / \partial N), d\phi_z^p = d\lambda (\partial F / \partial M_z), d\phi_y^p = d\lambda (\partial F / \partial M_y), d\theta^p = d\lambda (\partial F / \partial T) \quad \text{法線則} \quad (7)$$

ここで、 $d\varepsilon^p$ =軸方向塑性歪み増分、 $d\phi_z^p, d\phi_y^p$ =塑性曲率増分、 $d\theta^p$ =塑性ねじり増分、 $d\lambda$ =スカラー量である。

ここで、相当塑性ひずみ増分 $d\chi_{ps}$ は塑性ひずみの不変量より次のように表される。

$$d\chi_{ps} = \sqrt{(d\phi_y^p)^2 + (d\phi_z^p)^2 + 1/3(d\theta^p)^2} \quad \chi_{ps} = \int d\chi_{ps} \quad (8), (9)$$

これより、増分形断面力表示構成則は次のように得られる。

$$\{\Delta S\} = [D_{ep}] \{\Delta \kappa\} \quad (10)$$

ここで、 $\{\Delta S\}^T = [\Delta N, \Delta M_y, \Delta M_z, \Delta T]$ 、 $\{\Delta \kappa\}^T = [\Delta \varepsilon, \Delta \phi_y, \Delta \phi_z, \Delta \theta]$ 、

$[D_{ep}] = [D_{ij}]$ ($i, j=1 \sim 4$)である。

4. 計算方法及び結果：解析を実行するに際して、変形によって刻々と更新される要素座標系により断面力を定義してゆく、updated-Lagrangian法を用いて定式化した。また、構造物に不安定現象が生じ荷重が低下する場合も考慮して収束計算を行うにあたり修正弧長法³⁾を用いた。図2に直角折れ梁の荷重変位曲線を文献4)の結果と共に示す。ここで、図の△は断面が初期降伏曲面を越えた点を示す。又、塑性ヒンジのできる両固定端と荷重点における断面力($M_y/M_{py}, T/T_p$)の変化を初期降伏曲面 F_1 、完全塑性状態降伏曲面 F_2 と共に図3に示す。これより、断面の塑性化が進むにつれて荷重が文献3)に比べて多少大きくなっていることが分かるがほぼ満足できる結果を示している。その他の計算結果については講演当日に述べる。

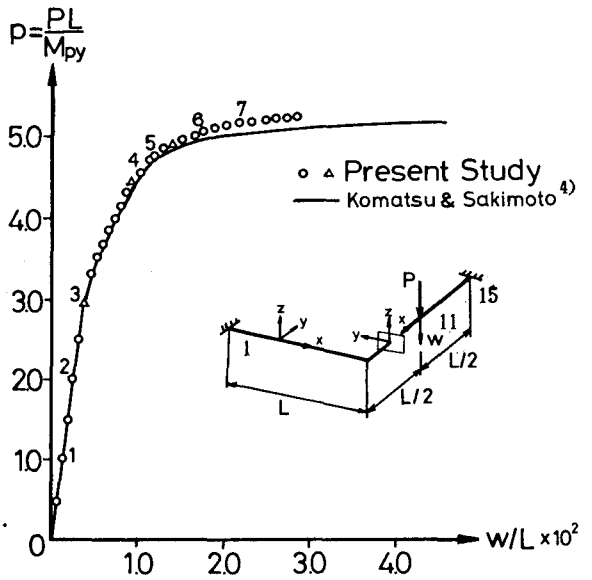


図2 直角折れ梁荷重変位曲線

参考文献

- 1) 柴田輝昭・宇佐美勉・水野英二：断面力表示構成則を用いた鋼骨組構造物の弾塑性有限変位解析，第43回年次学術講演会講演概要集第1部，土木学会，P242～P243，1988。
- 2) W.F.Chen, T.Atsuta: Theory of Beam-Columns Vol.2, McGraw-Hill Inc., 1977.
- 3) M.A.Crisfield: A Fast Incremental/Iterative Solution Procedure That Handles "Snap-Thorough", Computers & Structures Vol.13, 1981.
- 4) Sadao KOMATSU, Tatsuro SAKIMOTO: NONLINEAR ANALYSIS OF SPATIAL FRAMES CONSISTING OF MEMBERS WITH CLOSED CROSS-SECTIONS, PROC. OF JSCE, No.252, Aug, 1976.

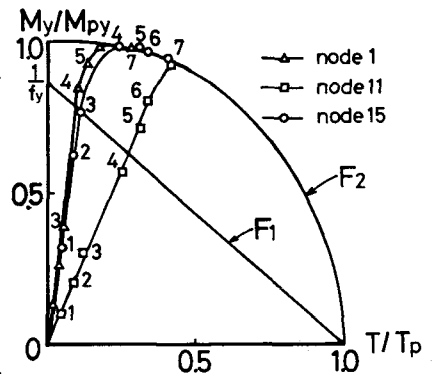


図3 断面力の変化