I－93　マトリックス構造解析におけるプロファイル最小化節点番号付け法の利用

（株）大本組　正員　○鈴木昌次
岡山大学　正員　谷口健男
センチュリ・リサーチ・センタ（株）　酒井和男

1．はじめに

マトリックス構造解析における連立一次方程式，固有値問題に現れる係数行列は，一般に対称疎行列である。この性質を利用した大次元問題の効率的な解法が種々提案され計算機性能の向上に伴って，現在ではかなり大規模な問題まで解析可能となった。しかしながら，演算時間，計算機容量等は，解析法以前にマトリックス形状，すなわち半帯幅，もしくはプロファイルに多く依存することは明らかである。プロファイル最小化節点番号付け法（Reordering）には谷口のアルゴリズムがある。著者らは，これを実設計に多く利用されている汎用プログラムに組込み，その実用面における適用性を検討してきた。本文では，比較的規模の大きい実設計モデルにおける固有値解析例を取り挙げ，上記アルゴリズムの効果（アクティブカラムおよびCPU時間）について報告する。尚，地盤応力解析モデルへの適用についても若干述べる。

2．プロファイル最小化節点番号づけ法[1)]

この方法は連立一次方程式の解法におけるスカイライン法のための節点番号付け法として提案されたものであるが，バンドマトリックス法，ウエーブフロント法に対しても同様に有効であることが示されている。また，他の番号付け法（GPS法，改良RCM法[1)]）との比較においてもその有効性が論じられている。固有値解析法に対する効果については提案者による評価はなされていないが，その多くの解析法で係数行列の三角分解を必要とすること，マトリックスの積演算中心となること等から同様な効果が期待できる。以下に，プロファイル最小化の考え方を述べる。

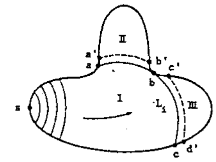


図2-1 突出領域の判定

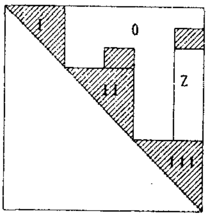


図2-2 プロファイル形状

ここでは，n行よりなる上三角行列内にm個の非対角非零要素を有する対称行列Kを，m個の線とn個の節点を有するグラフと考える。このグラフに領域I，II，IIIの順で節点消去をおこない，行列で示せば図2-2のようになる。また，プロファイル最小化問題は（2-1）式で定義できる。

$$\min P = \min(F+Z) \qquad (2\text{-}1)$$

P：プロファイル，F：フィルイン，Z：消去前後を通じて零である要素

ところが（2-1）式を満たす消去順序を考えるのは非常に困難である。そこで，グラフを構造的に凸な部分と突起部分のグラフ集合に分割し，minF，minZに関する最小化を考え（2-1）式のかわりに（2-2）式を扱う。

$$\min P = \min F + \min Z \qquad (2\text{-}2)$$

（2-2）式の右辺第一項は，各部分グラフ内におけるフィルイン最小化消去順序問題，第二項は部分グラフ間の組合わせにおける零要素最小化問題となる。アルゴリズムの概略を以下に示す（図2-1）。

STEP.1　グラフの長手軸の一端Sを探索する。

STEP.2　グラフをSよりの等距離点集合L_i（レベルストラクチャ）に分類する。

$$L = \{L_0=S, L_1, L_2, L_3, \ldots, L_n\} \qquad (2\text{-}3)$$

順次L_iを作成してゆくと突起部，穴部のみでa'-b'，c'-d'のような分離グラフとなる。

STEP.3　各部分グラフ内で消去順序を決定する。（minF）

STEP.4　各部分グラフ間の消去順序を決定する。（minZ）

3．解析結果

解析を行なった実設計モデルは，図-3.1，3-2に示す斜張橋の二次元，三次元多質点系モデルである。初

期番号付けは，使用者の任意に行なわれている。ここでは，両モデルとも桁について図の左から右へ，次に左塔，右塔の順である。解くべき固有値問題は（3-1）式である。

$$Mx = \lambda Kx \qquad (3\text{-}1)$$

M：質量マトリックス，K：剛性マトリックス

λ：固有値，X：固有モードベクトル

図3-1 二次元斜張橋モデル

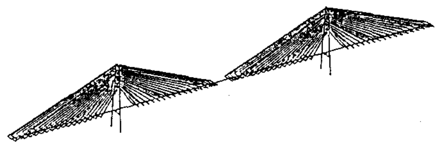
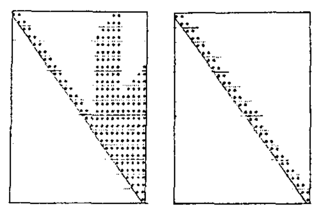


図3-2 三次元斜張橋モデル

表 3-1 解析結果

モデル	自由度数	Active column Before	Active column After	Reordering CPU(sec)	固有値解析CPU(sec) Before	固有値解析CPU(sec) After
二次元	387	26190	4014	0.057	10.527	7.0978
三次元	1998	1062045	232281	0.1139	386.6368	93.0555

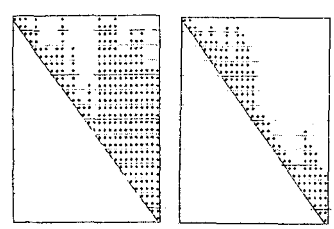
解析法には，サブスペース法を用いており，スツルム列の検定を含めて2回の三角分解と数回の部分空間反復がおこなわれるためプロファイル最小化の影響は大きいと推測できる。尚，固有モードは1~5次まで求めた。Reorderingにおける突起部判定パラメータは二次元，三次元モデルでP=1/2，P=1/4とした。初期節点番号付けによる結果とReordering後の結果の比較を表3-1に示す。アクティブカラム数について，二次元モデルでは約85%，三次元モデルでは約78%減少している。図3-3，3-4はこのときのプロファイル形状の概略である。二次元モデルでは，ほぼ最小プロファイルに達している。これに対し，三次元モデルではプロファイルの減少度が低い。これは，Reordering法が比較的突起の多い橋梁，鉄塔等の構造物に対して効果的に働くのに対して，ここで用いた三次元モデルが見掛けほど突起を持たなかったためであろうと思われる。Reorderingに要したCPUは解析に要したCPUに比し十分小さく無視しうるものである。



(a) 初期プロファイル　(b) 修正プロファイル

図3-3 二次元モデル

著者らは上記の他に，一般に分岐の少ない地盤モデルでの応力解析に対する検討も行なっているが，例えば，図3-5のモデルでは，図3-6のようなプロファイルを得た。この場合は，横坑の節点集中部が突起と判定されており，アクティブカラムは約45%減少している。このように，構造的に突起の無いモデルであってもグラフ上での突起があるならば，効率の良い節点番号付けができる。尚，使用した計算機はCRC社所有のCRAY-XMP（114MFLOPS[2]），プログラムは「DYNA2E」，「STAGE」である。



(a) 初期プロファイル　(b) 修正プロファイル

図3-4 三次元モデル

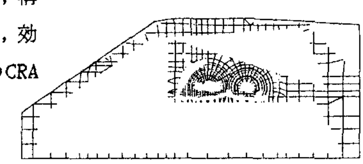
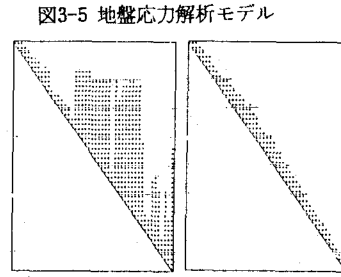


図3-5 地盤応力解析モデル

4．おわりに

本文では，Reorderingによるマトリックス構造解析の効率化に関する研究の一成果として，構造物の動的設計に欠くことのできない自由振動解析における応用例を示し，プロファイル最小化節点番号付け法が，連立一次方程式の解法のみならず，固有値問題の解法においても同様に有効であることを示した。また，ここで用いたReorderingアルゴリズムが実設計においても有効で，計算コストの低減に大きく寄与することも言える。今後は，スーパーコンピュータに適した解法アルゴリズム（例えば，ブロッキングスカイライン，パラレルスカイライン等）との組合わせ等についても考えてゆく必要があろう。



(a) 初期プロファイル　(b) 修正プロファイル

図3-6 地盤モデル

参考文献：1)谷口他,「ｽｶｲﾗｲﾝ法のための節点番号付け法の提案」,土木学会論文集第344号/I-1,1984.4
2)LINPAC，BENCHMARK TEST