I-91 共役匂配法による風荷重を受ける構造物の最適制御に関する一解法

中央大学　学生員　徳田紳二
中央大学　正　員　川原睦人

<u>1．はじめに</u>　近年、構造物の高層化、長大化に伴い構造物は、剛性構造物から柔性構造物に変化しつつある。これに伴い構造物の振動が問題視され検討されている。本報告では柔性構造物が "風" によって振動する場合を想定し、作用する風速成分が全時間にわたって既知とするトラッキング問題として扱い、この振動制御を最適制御法の一手法である共役匂配(Fletcher-Reeves) 法[1]へ適用し、その検討を試みた。ここで言う最適制御とは、ある評価関数のもとに最大の制御効果を達成するための最小の制御力を見つけ出し、これを作用させ、その振動幅を制御するものである。本報告では外力としての風を Davenport[2] のパワースペクトル密度関数を用いて10分間平均風速が30m の不規則風のモデルを作り、これを使用した。

<u>2．運動方程式</u>　構造物に風外力が作用する場合の運動方程式を、下式のように考える。

$$(m + g_2)\ddot{v} + (c + 2g_1\overline{W})\dot{v} + EIv = g_1\overline{W}^2 + 2g_1\overline{W}w + g_2\dot{w} \qquad \cdots (1)$$

$$g_1 = 1/2\,\rho C_d A\,,\quad g_2 = \pi/4\,\rho C_m Ab$$

ここで、 m：質量， c：粘性， v：変位，EI：剛性，ρ：空気密度，C_d：抗力係数，C_m：仮想質量係数
A：風向に直角方向の投影面積， b：風向に平行な断面幅， $\overline{W}$：平均風速， w：変動風速成分
制御力{u} を考慮しマトリクス表示すると (1)式は下式のようになる。

$$[M]\{\ddot{v}\} + [C]\{\dot{v}\} + [K]\{v\} = \{f\} + \{u\} \qquad \cdots (2)$$

更に、状態ベクトル $X = [v, \dot{v}]^T$ を用いれば (2)式より下のような状態方程式が得られる。

$$\dot{X} = AX + BF + BU \qquad \cdots (3) \qquad A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix},\quad B = [0, M^{-1}]^T$$

<u>3．最適制御法</u>　前出の X, U を用いて下式のような評価関数を決定する。

$$J = 1/2\int_{t_0}^{t_f}\{X^TQX + U^TRU\}dt \qquad \cdots (4)$$

この評価関数を最小にする Uを求める。ここで Q, R は重み係数行列、to, tf は制御時間の始点、及び終点である。更に、乗数ベクトル P を導入しハミルトニアンを $H = -1/2(X^TQX + U^TRU) + P^T(AX + BF + BU)$ とし、オイラーの規準方程式、及び横断性の条件から $\dot{P} = -\partial H/\partial X = QX - A^TP,\quad P(tf) = 0$ となる。又、評価関数の匂配を下式のようにとり、これが十分0 に近づくまで繰り返し計算を行い最適操作量 U を求める。本報告では共役匂配法(Fletcher-Reeves) を用いてこの計算を行った。

$$Ju = \partial H/\partial U = -RU + B^TP \qquad \cdots (5)$$

<u>4．変動風速成分</u>　本報告では、平均流方向の変動風速成分を Davenportのパワースペクトル密度関数 (6)式を用いて (7)式のように与えた。

$$S_w(\omega) = \frac{2k\,\phi^2\,|\omega|}{\pi^2[1 + (\phi\omega/\pi W_G)^2]^{4/3}} \qquad \cdots (6)$$

$$w(t) = 2^{1/2}\sum_{i=1}^{n}[2S_w(\omega_i)\Delta\omega]^{1/2}\cos(\omega_i t + \Phi_i) \qquad \cdots (7)$$

ここで、$S_w(\omega)$ はωの全範囲で定義したものであり、W_Gは基準高さ(10m) における基準風速、 kは基準高さで定義した表面摩擦係数 (0.001 - 0.04) 、ϕはスケールを表わす量で、Davenport はϕ=600m としている。また、$\Delta\omega = \omega_u/n$, $\omega_i = [i - 1/2]\,\Delta\omega$, ω_u ：遮断周波数の上限, Φ_i ：任意位相角であり$[0, 2\pi]$ 内の一様乱数である。更に、風速の鉛直分布に対しては、べき法則(Power Low) に基づいた。

$$W_Z = W_G(Z/Z_G)^q \qquad \cdots (8)$$

ここで、 Z_G:基準高さ， W_G:基準高さの風速，　Z:高さ， W_Z:高さZ での風速， q: 地表条件による定数

5．数値解析例　図1,左図のような水平断面が 3m 四方の正方形で高さが 30m の柔性構造物を想定し、図1,右図のように３自由度系モデルとして扱った。

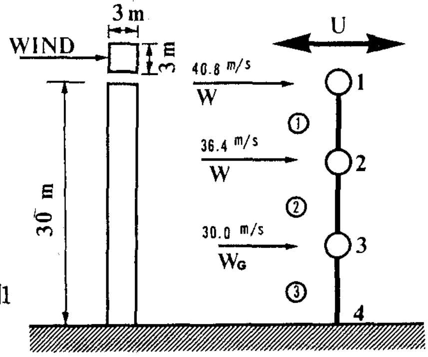

図1

	L (cm)	A (cm²)	EI (Kg·cm²)	ρ (Kg·s²/cm⁴)
①	1000.0	$9.0*10^4$	$9.4*10^{12}$	$6.0*10^{-6}$
②	1000.0	$9.0*10^4$	$9.4*10^{12}$	$6.0*10^{-6}$
③	1000.0	$9.0*10^4$	$9.4*10^{12}$	$6.0*10^{-6}$

表 1　構造物モデルに対する諸元

変動風速成分に対する諸元　: $\rho = 1.221*10^{-9}(Kg\cdot s^2/cm^4)$, $C_d = 1.2$, $C_m = 0.5$, $A = 9.0(m^2)$, $b = 3.0(m)$, $q = 0.28$

$\bar{W} = W_G = 30.0(m/s)$, $k = 0.015$, $\phi = 600.0(m)$,　$\omega = 40.0(rad/s)$, $n = 10000$

粘性は無視($c = 0.0$) し、制御時間は10分間 ($\Delta t = 0.1$ sec)　とした。

6．解析結果　図2 - 4 に制御を行わない場合と制御を行った場合の変位、及び制御力とを比較し示す。この結果から本手法による振動制御は効果的であることがわかる。

7．おわりに　今回、不規則風のモデルを作り、これを用いてトラッキング問題とした振動制御を行った。その結果、基本的問題に対し本手法の有効性を確認した。今後はより実践的な問題を扱い検討したいと思う。

制御力がない場合の変位

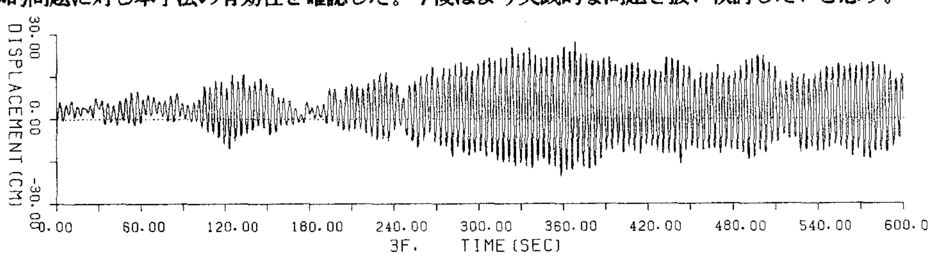

図 2

制御力がある場合の変位

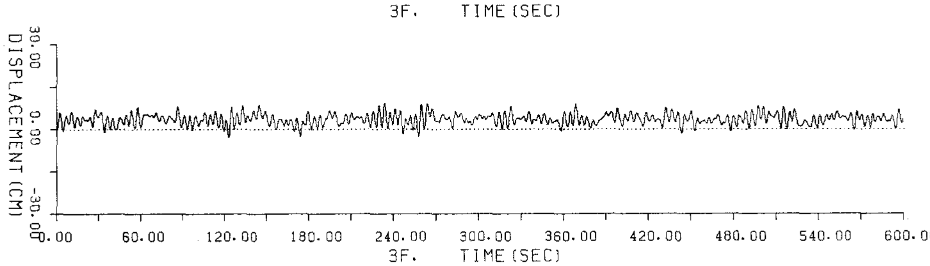

図 3

最適制御力

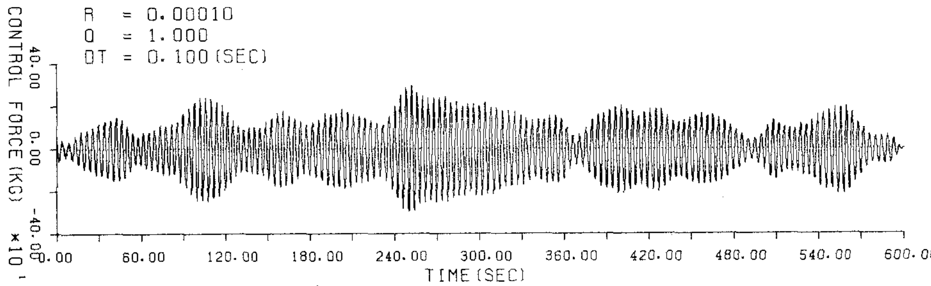

図 4

<参考文献>　1) 嘉納　秀昭：システムの最適理論と最適化、コロナ社

2) Davenport, A. G, "The Application of Statistical Concept to Wind Loading of Structures", Proc. Inst. of Cicil Engineers, Vol. 19, 1961, pp. 449-472