I-89　有限要素法を用いた境界移動問題のための要素再分割手法について

八戸工業大学　正会員　長谷川　明

1．はじめに

連続構造の形状最適化問題のように形状境界を移動させながら有限要素解析を行う問題では、解析過程において変化させられる外形に伴って要素分割も変化を受けるため、解析が精度良いものであるためにも、また繰り返される解析が円滑に進行するためにも、常に妥当な要素分割状態としておく必要がある。

この問題に対し、著者は連続構造の形状最適化問題に適用される手法として要素面積を均一化する再分割手法を開発し、その効果について検討している[1)]。しかし、要素面積を均一化すると同時に、最適化と有限要素解析の両者にふさわしい分割とするためには、さらに、1）三角形要素では要素形を正三角形に近い形とする、2）応力の大きい部分では細かい分割とする、ことが要求されると考えられる。

そこで、本文では、このような要求を満たす再分割手法を逐次線形計画法で処理する方法を示す。

2．要素形を正三角形に近い形にする方法：三辺均一化手法

正三角形は三辺が等しいのであるから、要素jの３つの辺長L_{ji}（i=1,2,3）に対し、上限値L_u・下限値L_lの制約を与えることとする。

$$L_l \leqq L_{ji} \leqq L_u \qquad (1)$$

ここで、上下限値には要素面積A_jを有する正三角形の一辺の長さL_{j0}が、

$$L_{j0}^2 = \frac{4\sqrt{3}}{3} A_j \qquad (2)$$

となることから、この長さを基準とし適当な定数ε_2（$0<\varepsilon_2<1$）を使って

$$L_l^2=(1-\varepsilon_2)L_{j0}^2 \;:\; L_u^2=(1+\varepsilon_2)L_{j0}^2 \qquad (3)$$

とすることができると考えた。目的関数を各要素面積と平均要素面積Aaveの差の２乗和（(4)式）とすると、本再分割手法は(1)式を制約条件として、目的関数(4)式が最小となるよう最適化すればよいことになる。ここで、neは要素総数である。

$$\text{目的関数}\quad Z=\sum_{j=1}^{ne}(A_j - A_{ave})^2 \qquad (4)$$

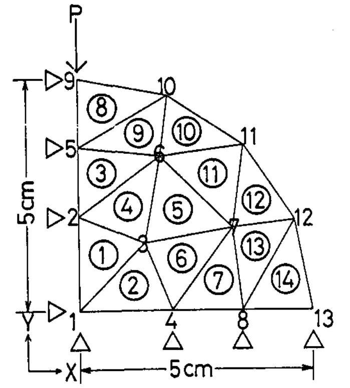

図１．計算モデル

弾性係数=2.2*10^{5}kgf/cm^2、板厚=3cm

ポアソン比=0.2、荷重P=500kgf

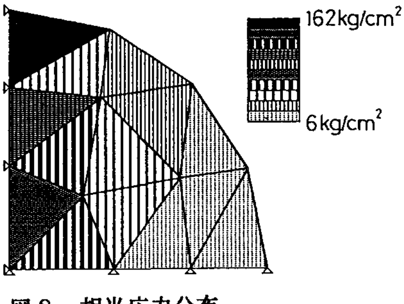

図２．相当応力分布

3．応力に応じた要素面積を与える方法：応力反比例分割手法

要素面積の均一化では、要素面積の平均値Aaveと適当な定数ε_1（$0<\varepsilon_1<1$）を使って、次のような制約を用いた。[1)]

$$(1-\varepsilon_1)A_{ave} \leqq A_j \leqq (1+\varepsilon_1)A_{ave} \qquad (5)$$

そこで、応力に応じた要素面積を与えるには、このAaveを要素毎にその応力に応じて設定すれば良いと考えられる。そこで、各要素の応力状態を相当応力で評価し、全要素のこの相当応力の平均値を$\bar{\sigma}_0$とし、各要素のk回目の要素面積をA_j^kとすれば、設定すべき基準の面積A_{j0}は、新しくできる要素面積の総和が全面積に一致させるためのパラメータαと応力への比例度を規定するパラメータmを使って、

$$A_{j0} = \alpha\left(\frac{\bar{\sigma}_0}{\bar{\sigma}_j}\right)^m A_j^k \qquad (6)$$

と表現される。そこで、この基準面積と適当な定数ε_3（$0<\varepsilon_3<1$）を利用し、各要素面積に対し、

$$(1-\varepsilon_3)A_{j0} \leqq A_j \leqq (1+\varepsilon_3)A_{j0} \qquad (7)$$

と制約すればよいことになる。また、目的関数は(4)式における平均要素面積A_{ave}を(6)式で与えられる基準面積に置き換えて次式と考えることができる。

$$\text{目的関数} \quad Z=\sum_{j=1}^{ne}(A_j - A_{j0})^2 \qquad (8)$$

4．計算例

図１は、本再分割手法の有効性を確認するために使用した計算モデルである。このモデルの応力状態は、Von Misesの相当応力を用いると図２となっている。

図３は節点座標X_7を移動することによって要素応力にどのような影響を与えるかを調べたもので、分割によっては数％から数十％異なることが示されている。どのような分割が精度良い解を与えるのかは判定できないが、分割状態が大きく解析結果に影響を与えていることが示されている。

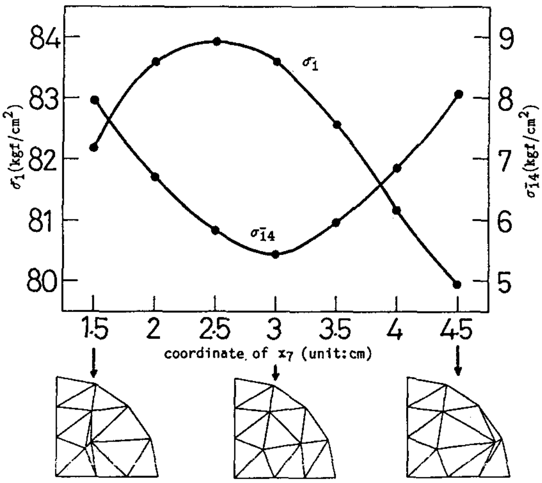

図３．要素分割の応力への影響

図４、５、６はそれぞれ要素面積均一化手法、三辺均一化手法および応力反比例分割手法による試行過程を示している。いずれにおいても、移動可能とした座標はX_3、Y_3、X_6、Y_6であり、ε_1、ε_2、ε_3は解を探せる限り小さい値とし、(6)式のパラメータmは0.5とした。図５、６では、試行過程で解に振動がみられるため設計変数に移動幅の制限を与えることが必要と思われる。

5．おわりに

有限要素解析において、境界内部の節点座標を動かすことによって、解析結果が異なることは形状最適化問題を解く際には大きな弊害となっている。本手法は、この弊害を少なくするため検討したものである。ここでは、節点座標を移動させせることによる改善方法を述べたが、文献2)で示した三角形をより小さな三角形に細かく分割する要素自動分割を取り入れることによって、さらに有効的な分割手法が生み出されると考えている。

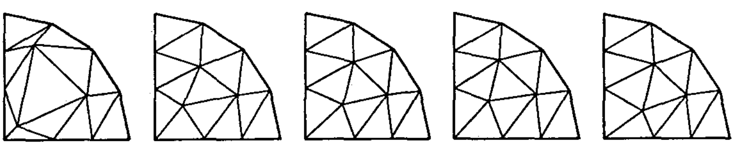

図４．面積均一化再分割の実行例

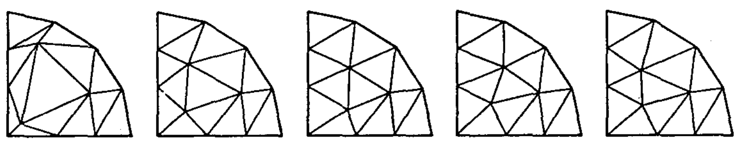

図５．三辺均一化手法の実行例

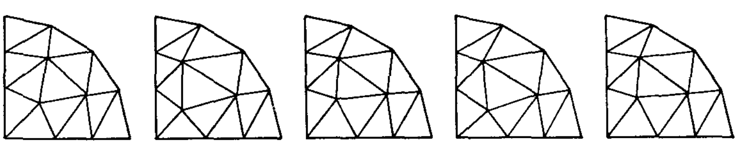

図６．応力反比例分割手法の実行例

＜参考文献＞

1)長谷川明：２次元連続体の形状最適化のための要素面積均一化再分割、構造工学論文集 Vol.34,pp.635-638,1988

2)長谷川明：２次元連続体の形状最適化のための要素自動分割と要素面積均一化について、土木学会第41回年次学術講演会、昭和61年