

I-74

異種材料間インターフェイズのモデル化と散乱問題への応用

東海大学海洋学部

正員 北原道弘

トータルシステム研究所

正員 中川克也

1. はじめに

母材内のインクルージョンによる弾性波の散乱を考えるとき、母材とインクルージョンの界面では、通常、変位と応力の連続性を仮定する。しかし、現実には、界面の接合状態の良否が、散乱場を支配する要因となる場合がある。ここでは、界面を異種材料間のごく薄いインターフェイズの特殊ケースとして捉え、このインターフェイズを無質量スプリングによりモデル化する。このとき、母材とインクルージョンの界面でみれば、応力は連続であるが、変位が不連続な界面モデルとなる。この1つの特殊ケースが界面クラックである。

2. 散乱問題と積分方程式

考えている散乱問題を Fig.1 に示す。領域Dが母材、D^oがインクルージョンである。また、 $\mathbf{u}^I$ は入射波、 $\mathbf{u}^S$ は散乱波である。

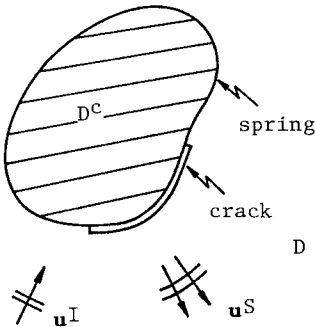


Fig.1 Inclusion with a crack over part of the interphase

母材境界上で、離散化した後の積分方程式は次のように書ける。

$$\mathbf{H}\mathbf{u} = \mathbf{G}\mathbf{t} + \mathbf{u}^I \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{u}$ と $\mathbf{t}$ は変位と応力ベクトルであり、 $\mathbf{H}$ と $\mathbf{G}$ は二重層、一重層マトリックスである。 $\mathbf{A}\mathbf{G}^{-1}$ を両辺に作用させて、次式を得る。

$$\mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{F} + \mathbf{A}\mathbf{G}^{-1}\mathbf{u}^I \quad (2)$$

ここに、

$$\mathbf{K} = \mathbf{A}\mathbf{G}^{-1}\mathbf{H}, \quad \mathbf{F} = \mathbf{A}\mathbf{t} \quad (3a, b)$$

であり、 $\mathbf{A}$ は次のような全体系の面積マトリックスである。

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & & & & \\ & \mathbf{A}_2 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \mathbf{A}_\alpha & \\ \mathbf{0} & & & & \ddots \\ & & & & & \mathbf{A}_M \end{bmatrix} \quad (4a)$$

上式中、Mは境界要素の数を表し、 $\mathbf{A}_\alpha$ は次のような α 番目の要素の面積マトリックスである。

$$\mathbf{A}_\alpha = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_\alpha & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_\alpha & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{A}_\alpha \end{bmatrix} \quad (4b)$$

ここで、 $\mathbf{A}_\alpha$ は α 番目の要素の面積である。

同様に、インクルージョン側境界上で次のような積分方程式を得る。

$$\bar{\mathbf{K}}\bar{\mathbf{u}} = \bar{\mathbf{F}} \quad (5)$$

上付きのバーは、インクルージョンに関係した物理量であることを示し、以下同様である。

3. インターフェイズのスプリングモデル

母材とインクルージョン間のインターフェイズを連続的に分布したスプリングによりモデル化する。このとき、インターフェイズを支配するスプリング方程式は次のようになる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S} & -\mathbf{S} \\ -\mathbf{S} & \mathbf{S} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{u}}^{SP} \\ \mathbf{u}^{SP} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{F}}^{SP} \\ \mathbf{F}^{SP} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

ここで、右肩に付したspはスプリング関係量であることを示す。また、 $\mathbf{S}$ は次のような全体系のスプリング定数マトリックスである。

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_1 & & & & \\ & \mathbf{R}_2 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \mathbf{R}_\alpha & \\ & \mathbf{0} & & & \ddots \\ & & & & & \mathbf{R}_M \end{bmatrix} \quad (7a)$$

上式中、 $\mathbf{R}_\alpha$ は α 番目の要素のスプリング定数マトリックスであり、次のようである。

$$\mathbf{R}_\alpha = \begin{bmatrix} R_{1\alpha} A_\alpha & 0 & 0 \\ 0 & R_{2\alpha} A_\alpha & 0 \\ 0 & 0 & R_{3\alpha} A_\alpha \end{bmatrix} \quad (7b)$$

ここに、 $R_i \alpha$ ($i=1, 2, 3$) は x_i 軸方向の単位面積当りのスプリング定数である。

4. 連続条件と積分方程式

式(2), (5), (6) を関係付ける連続条件は次のように書ける。

$$\bar{\mathbf{u}}^{SP} = \bar{\mathbf{u}}, \quad \mathbf{u}^{SP} = \mathbf{u} \quad (8a)$$

$$\bar{\mathbf{F}}^{SP} + \bar{\mathbf{F}} = \mathbf{0}, \quad \mathbf{F}^{SP} + \mathbf{F} = \mathbf{0} \quad (8b)$$

これより、次の積分方程式を得る。

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{K}} + \mathbf{S} & -\mathbf{S} \\ -\mathbf{S} & \mathbf{K} + \mathbf{S} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{u}} \\ \mathbf{u} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{A} \mathbf{G}^{-1} \mathbf{u}^I \end{Bmatrix} \quad (9)$$

5. 解析例

式(7) において、あるいくつかの要素上で3つのスプリング定数すべてを零と置けば、この部分はクラックをモデル化したことになる。Fig. 2とFig. 3に x_3 軸に沿う後方散乱場の一例を示す。この場合、インクルージョンは球形であり、Fig. 2 が下半分の界面がクラックの場合、Fig. 3 が上半分の界面がクラックの場合である。また図中、 d は球の半径、 R_0 は $\rho C_L^2/d$ であり、入射波は平面P波、 $\bar{C}_L/C_L = 1/\sqrt{2}$ 、 $\bar{\nu} = \nu = 1/4$ 、 $\bar{\rho}/\rho = 1$ である。

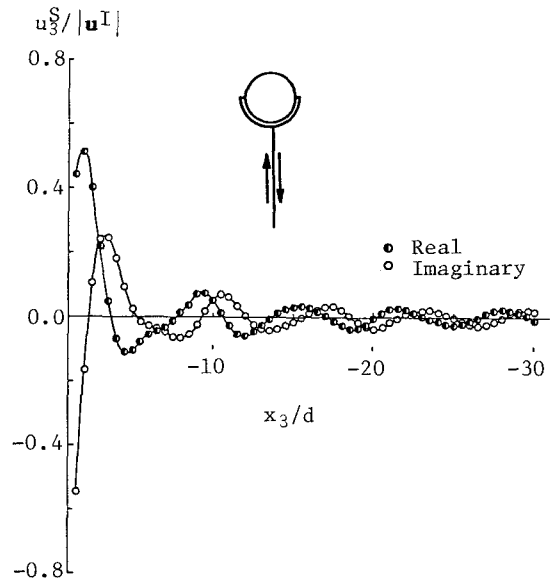


Fig.2 Real and imaginary parts of the backscattered displacement for the case of a crack at the insonified side of the inclusion; Spring constants over shadow side: $R_r/R_0 = R_\theta/R_0 = R_\phi/R_0 = 100$

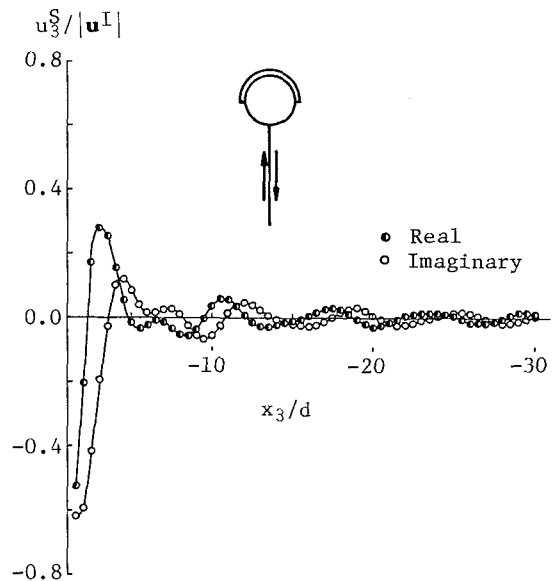


Fig.3 Real and imaginary parts of the backscattered displacement for the case of a crack at the shadow side of the inclusion; Spring constants over insonified side: $R_r/R_0 = R_\theta/R_0 = R_\phi/R_0 = 100$